

Chapter 2

Array Structures

2-0 重要整理

(一)array的表示法：pascal：A[1:n,3:m]

指A陣列第一維由1開始配置到n，第二維由3開始配置到m

c：A[ℓ,k]

指A陣列共有ℓ列，每列各有K個元素且第一個元素表示為A[0,0]

(二)row-major：

$$\text{公式：Loc}(A[I_1, I_2, \dots, I_n]) = \partial + c \cdot \sum_{j=1}^n (I_j - L_j) \cdot a_j \quad (a_j = \sum_{k=j+1}^n W_k)$$

(三)column-major：

$$\text{公式：Loc}(A[I_1, I_2, \dots, I_n]) = \partial + c \cdot \sum_{j=1}^n (I_j - L_j) \cdot b_j \quad (b_j = \sum_{k=1}^{j-1} W_k)$$

(四)矩陣以陣列方式表示：

$\left\{ \begin{array}{l} \text{上(下)三角矩陣} \\ \text{稀疏矩陣} \\ \text{轉置矩陣} \end{array} \right.$

(五)多項式以陣列方式表示：

$\left\{ \begin{array}{l} \text{一元多項式} \\ \text{多元多項式} \end{array} \right.$

(六)△搭配第四章linked list對上述二種資料型態實作。

2-2 資料結構

2-1 何謂線性串列 (Linear List)

一組 $n > 0$ 之 nodes 可以排列如下： $x(1), x(2), \dots, x(k-1), x(k) \cdot x(k+1), \dots, x(n)$ 。nodes 之間彼此是線性相依 (linear dependent)，其中 $x(1)$ 是第一個 node，而 $x(k)$ 在 $x(k-1)$ 之後在 $x(k+1)$ 之前， $x(n)$ 是最後一個 node， $1 < k < n$ 。

($\Rightarrow$) 表示法： $S = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ S 為一個集合， a_i 是 element linear list 又可稱為 ordered list。

《範例》：表示 day of the week

week = (Mon, Tue, Wed, Thu, Fri, Sat, Sun) g

($\Rightarrow$) 線性串列常見的 operations：

1. **Count**：計算串列的長度。
2. **Traversal**：追蹤處理串列的每一元素。
3. **Search**：讀取第 i 個元素。
4. **Insert**：加入一個新元素。
5. **Delete**：刪去某一個元素。
6. **Sorting**：以某種次序安排元素的位置。
7. **Merging**：將兩串列合併為一個新串列。
8. **Splitting**：將一個串列分裂成兩個串列。

($\Rightarrow$) 線性串列之儲存方式：

1. 循序結構 (**contiguous allocation**)。
2. 鏈結結構 (**linked allocation**)。

2-2 陣列 (Array)

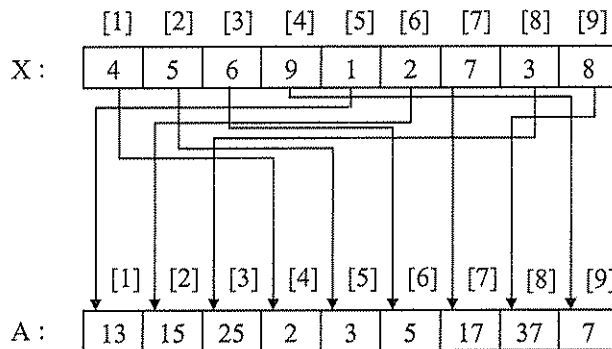
所有的程式語言都是提供一維陣列 (1-D array) 之結構，典型方式宣告如下： $\text{size} : \text{array} [37 \dots 239] \text{ of integer} ;$

	[37]	[38]	[39]	[40]		[238]	[239]
signs :	12	13	10	6	...	22	35

(一)陣列常見之名詞：

1. subscript, index.
2. length or size of the array.
3. upper bound.
4. lower bound.
5. number of bytes per element.

(二)陣列在程式語言中也常用值「index」指到其他array，稱為指標陣列。



由此，我們可以將第一章之selection sort變成“indirect” sorting方式。

```

for t ← n to 2 do
  i ← 1
  for k ← 2 to t do
    for k ← 2 to t do
      if A[x[i]] < A[x[k]] then i ← k
    end
    x[i] ⇒ x[t]
  end
end

```

(三)array也可用來儲存可變長度之字元字串。第i個string之index儲存於name[i]，故第i個string之characters是在chars[name[i] - 1] + 1 ~ chars[name[i]]。

(四)array在memory中是一種連續空間配置。

2-3 一維陣列之記憶體配置 (Allocation)

($\Rightarrow$) Lower bound = 1 時 : [PASCAL]

1. 表示法 : $A[1:n]$ 或 $A[n]$ // 指上下限為 1 和 n
2. 公式 : $\text{Loc}(A[i]) = \text{Loc}(A[1]) + (i - 1) * d$
3. **Element** : $A[1], A[2], \dots, A[i], \dots, A[n]$ // 共有 n 個元素
4. **Location** : $\ell_0, \ell_0 + d, \dots, \ell_0 + (i - 1)d, \dots, \ell_0 + (n - 1)d$

($\Rightarrow$) Lower bound $\neq 1$ 時 :

1. 表示法 : $A[\ell : u]$ 共有 $u - \ell + 1$ 元素。
2. 公式 : $\text{Loc}(A[i]) = \text{Loc}(A[\ell]) + (i - \ell)d$

《範例一》於 $A[4:26]$, 已知 $\text{Loc}(A[4]) = 1305$, $d = 1$, 求 $\text{Loc}(A[17])$?

【答】1318

《範例二》於 $A[1932:1984]$, 已知 $\text{Loc}(A[1932]) = 200$, $d = 4$, 求

$\text{Loc}(A[1965])$?

【答】332

lower bound = 0 (C 語言)

1. 表示法 $A[n]$, 共有 n 個元素。
2. 公式 $\text{Loc}(A[i]) - \text{Loc}(A[\ell]) + (i - \ell)d$
3. element = $A[0], A[1], \dots, A[n-1]$

2-4 二維陣列之記憶體配置

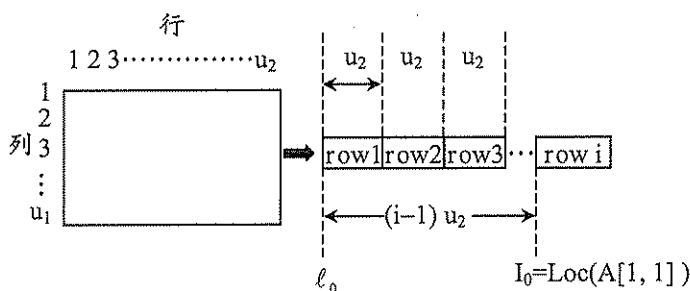
($\Rightarrow$) 表示法 :

1. 當 lower bound = 1 時 , 以 $A[1 : u_1, 1 : u_2]$ 表示 , 共有 $u_1 \times u_2$ 元素。
2. 當 lower bound $\neq 1$ 時 , 以 $A[\ell_1 : u_1, \ell_2 : u_2]$ 表示 , 共有 $(u_1 - \ell_1 + 1) \times (u_2 - \ell_2 + 1)$ 元素。

($\Rightarrow$) 儲存方式 : 二維陣列在記憶體中仍要化成一維陣列型式來儲存 , 由 compiler 根據公式來儲取每一元素 , 儲存方式有 row-major 與 column-major。

1. **Row-major (rowwise)** :

- (1) 於 $A[1 : u_1, 1 : u_2]$ 中視為有 u_1 個 rows , u_2 個 column



公式： $\text{Loc}(A[i, j]) = \ell_0 + (i - 1)u_2d + (j - 1)d$

(2)於 $A[\ell_1 : u_1, \ell_2 : u_2]$ 中視為有 $u_1 - \ell_1 + 1$ 個rows， $u_2 - \ell_2 + 1$ 個columns。

公式： $\text{Loc}(A[i, j]) = \ell_0 + (i - \ell_1)(u_2 - \ell_2 + 1)d + (j - \ell_2)d$

《範例一》於 $A[1 : 8, 1 : 6]$ ，已知 $\ell_0 = 123$ ，使用row-major，求 $\text{Loc}(A[5, 4])$ ？

【答】 $123 + (5 - 1)(6 - 1 + 1) + (4 - 1) = 123 + 24 + 3 = 150$

《範例二》於 $A[-4 : 3, -3 : 2]$ ，已知 $\ell_0 = 100$ ，使用row-major， $d = 4$ ，求 $\text{Loc}(A[1, 1])$ ？

【答】236

2. Column-major (columnwise)：

(1)於 $A[1 : u_1, 1 : u_2]$ 中視為有 u_2 個1-D array

公式： $\text{Loc}(A[i, j]) = \ell_0 + (j - 1)u_1d + (i - 1)d$

(2)於 $A[\ell_1 : u_1, \ell_2 : u_2]$ 中視為有 $u_2 - \ell_2 + 1$ 個1-D array

公式： $\text{Loc}(A[i, j]) = \ell_0 + (j - \ell_2)(u_1 - \ell_1 + 1)d + (i - \ell_1)d$

《範例三》於範例一中，使用column-major求： $\text{Loc}(A[5, 4])$ ？

【答】151

《範例四》於範例二中，使用column-major求： $\text{Loc}(A[1, 1])$ ？

【答】248

《範例五》於 $A[1 : 9, 1 : 7]$ 中，已知 $\ell_0 = 36$ ， $\text{Loc}(A[2, 5]) = 73$ ，

$\text{Loc}(A[7, 1]) = 42$ ， $d = 1$ 求： $\text{Loc}(A[6, 6])$ ？

【答】86