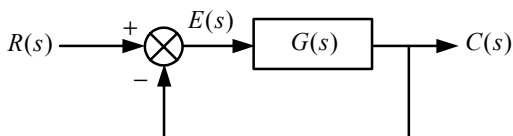


### 範題 16

在題目一【圖一】的系統中，若  $G(s) = \frac{K(s^2 + 4s + 5)}{s^3 + 2s^2 + 5s + 8}$ ，其中  $K > 0$ ，請列出算式說明：若希望此系統之步階暫態響應衰減到穩態值的速度比  $e^{-t}$  還快，則  $K$  值的範圍應為若干？【提示：可應用相對穩定度的概念解題】



圖一 (25%) (98臺灣菸酒三職等)

Ans:

閉迴路特性方程式為

$$\begin{aligned}\Delta(s) &= s^3 + 2s^2 + 5s + 8 + K(s^2 + 4s + 5) \\ &= s^3 + (2+K)s^2 + (5+4K)s + (8+5K) = 0\end{aligned}$$

令  $s+1=x \Rightarrow s=x-1$  代入  $\Delta(s)$  中可得到

$$\begin{aligned}\Delta(x) &= (x-1)^3 + (2+K)(x-1)^2 + (5+4K)(x-1) + (8+5K) \\ &= x^3 + (K-1)x^2 + (4+2K)x + 4+2K = 0\end{aligned}$$

計算路斯表如下

$$\begin{array}{r|ll} x^3 & 1 & 4+2K \\ x^2 & K-1 & 4+2K \\ x^1 & \frac{2K^2-8}{K-1} & \\ x^0 & 4+2K & \end{array}$$

$K$  值範圍應滿足以下條件

$$K-1 > 0 \text{ 且 } 2K^2-8 > 0$$

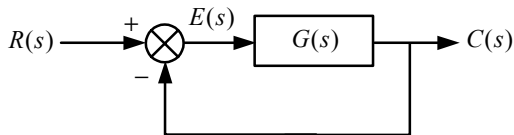
可解得  $K > 2$ 。

### 範題 17

在圖P2的單位負回授控制系統中，若順向轉移函數 (forward transfer

6-14 自動控制（含系統控制）熱門題庫

function)  $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$ ，則使此系統穩定的條件為何？



圖P2 (25%) (97臺灣菸酒新進職員)

*Aus:*

閉迴路轉移函數  $G_C(s)$  為

$$G_C(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)(s+5)}}{1+\frac{K}{s(s+1)(s+5)}} = \frac{K}{s^3 + 6s^2 + 5s + K}$$

因此閉迴路特性方程式  $\Delta(s)$  為

$$\Delta(s) = s^3 + 6s^2 + 5s + K = 0$$

計算路斯表如下

$s^3$	1	5
$s^2$	6	K
$s^1$	$\frac{30-K}{6}$	
$s^0$	K	

由路斯準則知系統穩定的條件是路斯表中第一行不能變號，所以  $\frac{30-K}{6} > 0$  且  $K > 0$ ，可解得  $0 < K < 30$ 。

• 範題 18 •

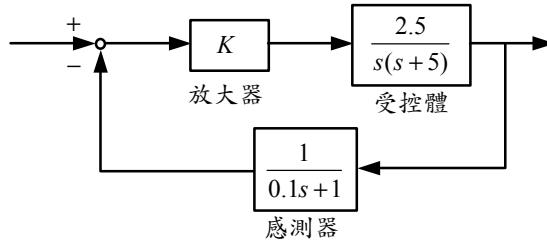
如下圖所示為一閉迴路控制系統。

(一) 找出增益  $K (K > 0)$  的範圍使得此系統為穩定。 (10%)

(二) 假設增益  $K$  設定為 20，此外，假設感測器之時間常數為一般值而非給定的 0.1sec，感測器的轉移函數為  $\frac{1}{\tau s + 1}$ ，當時間常數  $\tau > 0$  時，找

出能使系統處於穩定狀態的時間常數允許範圍。

(15%)



(98高考一暨二級)

*Aus:*

(一)閉迴路轉移函數  $G_C(s)$  為

$$G_C(s) = \frac{K \cdot \frac{2.5}{s(s+5)}}{1 + K \cdot \frac{2.5}{s(s+5)} \cdot \frac{1}{0.1s+1}} = \frac{2.5K(s+10)}{s^3 + 15s^2 + 50s + 25K}$$

計算路斯表如下

$s^3$	1	50
$s^2$	15	$25K$
$s^1$	$\frac{750 - 25K}{15}$	
$s^0$	$25K$	

所以使系統為穩定的條件為  $750 - 25K > 0$  且  $K > 0 \Rightarrow 0 < K < 50$ 。

(二)閉迴路轉移函數  $G_C(s)$  為

$$G_C(s) = \frac{20 \cdot \frac{2.5}{s(s+5)}}{1 + 20 \cdot \frac{2.5}{s(s+5)} \cdot \frac{1}{\tau s + 1}} = \frac{50(\tau s + 1)}{\tau s^3 + (1 + 5\tau)s^2 + 5s + 50}$$

計算路斯表如下

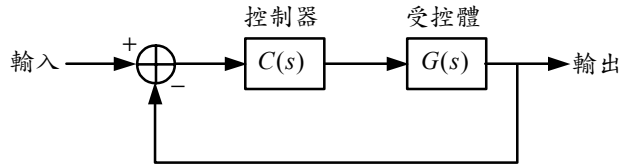
$s^3$	$\tau$	5
$s^2$	$1 + 5\tau$	50
$s^1$	$\frac{5 - 25\tau}{1 + 5\tau}$	
$s^0$	50	

6-16 自動控制（含系統控制）熱門題庫

所以使系統為穩定之條件為  $\tau > 0$  且  $5 - 25\tau > 0 \Rightarrow 0 < \tau < \frac{1}{5}$ 。

• 範題 19 •

有一個單位回饋控制系統如下圖所示：



其中受控體為  $G(s) = \frac{s+3}{s^2+4s+7}$ ，控制器為  $C(s) = \frac{1}{s+1}$ ，則

(一) 此系統輸出對輸入的轉移函數 (transfer function) 為何？ (10%)

(二) 利用魯斯法則 (Routh's Criterion) 判定此系統是否穩定？ (15%)

(97 高考一暨二級)

*Aus:*

(一) 輸出  $Y(s)$  相對輸入  $R(s)$  的轉移函數為

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = \frac{\frac{1}{s+1} \cdot \frac{s+3}{s^2+4s+7}}{1 + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{s+3}{s^2+4s+7}} = \frac{s+3}{s^3+5s^2+12s+10}$$

(二) 閉迴路特性方程式  $\Delta(s)$  為

$$\Delta(s) = s^3 + 5s^2 + 12s + 10 = 0$$

計算路斯表如下

$s^3$	1	12
$s^2$	5	10
$s^1$	10	
$s^0$	10	

因為第一行都沒變號，所以系統為穩定。