九、貸款常數（MC）

如果「每期年金」已知，則求取「年金現值總和」，採「年金現值利率因子」。如果「年金現值總和」已知，則求取「每期年金」，採「貸款常數」。因此，「年金現值利率因子」與「貸款常數」互為倒數。

㈠期末年金公式之推導：

$$S = a \times \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

S：年金總和

a：每期年金

$$a = S \times \underbrace{\boxed{\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}}}_{MC\ (r,n)}$$

㈡期初年金公式之推導：

$$S = a \times \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \times (1+r)$$

$$a = S \times \underbrace{\boxed{\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}}}_{MC\ (r,n)} \times \frac{1}{1+r}$$

◎林董向台灣銀行貸款200萬元，年利率8%，期限20年，本息平均按月攤還，則每月應償還銀行多少錢？

➠ $200 \times MC\left(\frac{8\%}{12}, 12 \times 20\right) = 200 \times \frac{0.6667\%(1+0.6667\%)^{240}}{(1+0.6667\%)^{240} - 1} = 1.67$ 萬元

十、結　論

財務投資的基本數學，歸納為下列六個公式：

㈠終值利率因子（FVIF）：$(1+r)^n$

㈡年金終值利率因子（FVIFA）：$\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

㈢沉入基金因子（SFF）：$\frac{r}{(1+r)^n - 1}$

㈣現值利率因子（PVIF）：$\dfrac{1}{(1+r)^n}$

㈤年金現值利率因子（PVIFA）：$\dfrac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}$

㈥貸款常數（MC）：$\dfrac{r(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$

前三個公式屬於「終值」概念，後三個公式屬於「現值」概念。

這六個公式之關係，如下圖所示：

$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
 & \boxed{\text{求現值}} & \boxed{\text{求終值}} \\
\boxed{\text{求單筆金額}} & \dfrac{1}{(1+r)^n} \arrow[r, bend left, "\text{倒數}"] \arrow[d, "\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(1+r)^i}"] & (1+r)^n \arrow[l, bend left, "\text{倒數}"] \arrow[d, "\sum_{i=0}^{n-1}(1+r)^i"] \\
\boxed{\text{求年金總和（S）}} & \dfrac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n} \arrow[r, bend left, "\times(1+r)^n"] \arrow[d, "\text{倒數}"] & \dfrac{(1+r)^n-1}{r} \arrow[l, bend left, "\div(1+r)^n"] \arrow[d, "\text{倒數}"] \\
\boxed{\text{求每年年金（a）}} & \dfrac{r(1+r)^n}{(1+r)^n-1} \arrow[r, bend left, "\div(1+r)^n"] & \dfrac{r}{(1+r)^n-1} \arrow[l, bend left, "\times(1+r)^n"]
\end{tikzcd}
$$

另外，上述公式屬於「期末年金」，如將其改為「期初年金」，公式應變更為：

㈠年金終值利率因子（FVIFA）：$\dfrac{(1+r)^n-1}{r}\times(1+r)$

㈡沉入基金因子（SFF）：$\dfrac{r}{(1+r)^n-1}\times\dfrac{1}{1+r}$

㈢年金現值利率因子（PVIFA）：$\frac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}\times(1+r)$

㈣貸款常數（MC）：$\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\times\frac{1}{1+r}$

經典題型

一、貨幣何以有時間價值？

【解】

今天的一塊錢與明天的一塊錢，對吾人而言，效用是不同的，此即「貨幣的時間價值」。何以今天的一塊錢不等於明天的一塊錢，其間隱含四項因素：

㈠**時間偏好**：今天的一塊錢，現在就可以立即消費；相對的，對明天的一塊錢，現在就必須犧牲消費慾望。

㈡**機會成本**：今天的一塊錢，現在就可以立即投資；相對的，對明天的一塊錢，現在就必須放棄投資機會。

㈢**物價變動**：今天的一塊錢，其購買力不同於明天的一塊錢。如果物價上漲（通貨膨脹），貨幣的購買力下降。反之，物價下跌（通貨緊縮），貨幣的購買力上升。

㈣**風險**：未來充滿風險與不確定性，或許會發生戰爭、或許會發生地震，使得明天的一塊錢很不可靠。如果貸放出去的錢，就有可能發生呆帳的損失。

一般而言，今天的一塊錢的效用往往大於未來的一塊錢。

二、試計算下列各題：

㈠ $FVIF(10\%,10)\times PVIF(10\%,10)\times FVIFA(10\%,10)\times PVIFA(10\%,10)\times SFF(10\%,10)\times MC(10\%,10)=?$

㈡ $FVIFA(4\%,11)\times PVIFA(5\%,12)\times MC(6\%,13)\times SFF(7\%,14)=?$

【解】

㈠ $FVIF(10\%,10)\times PVIF(10\%,10)\times FVIFA(10\%,10)\times PVIFA(10\%,10)\times SFF(10\%,10)\times MC(10\%,10)=1$

㈡ $FVIFA(4\%,11)\times PVIFA(5\%,12)\times MC(6\%,13)\times SFF(7\%,14)$

$$=\frac{(1+4\%)^{11}-1}{4\%}+\frac{(1+5\%)^{12}-1}{5\%(1+5\%)^{12}}+\frac{6\%(1+6\%)^{13}}{(1+6\%)^{13}-1}+\frac{7\%}{(1+7\%)^{14}-1}$$

$$=13.486351\times 8.863252\times 0.11290\times 0.044345=0.598448$$

三、年利率8%，每小時複利一次，則有效年利率為多少？

【解】

$$\left(1+\frac{8\%}{365\times 24}\right)^{365\times 24}-1=8.3287\%$$

四、某地下錢莊宣稱：「借一萬元，每天利息只要10元」，試計算其名目年利率及有效年利率？

【解】

㈠名目年利率：

1. 日利率 $=\frac{10}{10,000}=0.1\%$

2. 年利率 $=0.1\%\times 365=36.5\%$

㈡有效年利率：$\left(1+\frac{10}{10,000}\right)^{365}-1=44.03\%$

五、甲向周董租用一間房屋，期間5年，若於訂約時支付權利金300萬元（權利金屆期不退還），每年不必再繳付租金，試核算每年租金為多少？若該權利金於租期中間點支付，試核算每年租金是多少？若該權利金於租期屆滿時支付，試核算每年租金是多少（利率8%）？

第五章

期望值與變異數分析

一、投資者對風險之態度

投資者對風險之態度（或偏好）可分爲三種：一爲風險趨避者，二爲風險中立者，三爲風險愛好者。

㈠**風險趨避者**：此種投資者不喜愛冒大風險，去賺取高額報酬。故隨著投資額的增加，邊際效用呈遞減現象，如圖5-1所示。因此，爲了增加承擔一單位風險，所要求之風險溢酬或風險貼水愈來愈多，如圖5-2所示。所稱風險溢酬或風險貼水（risk premium），指爲了增加承擔風險，所要求增加之報酬。

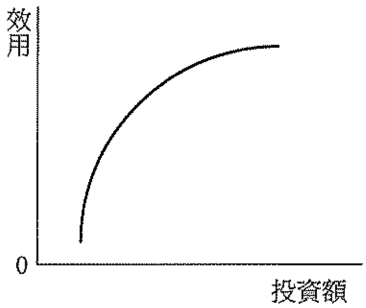

圖5-1　風險趨避者之總效用曲線

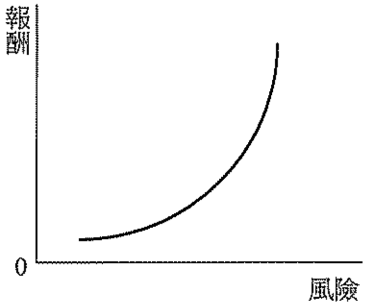

圖5-2　風險趨避者之無異曲線

㈡風險中立者：此種投資者對風險大小無特別偏好。故隨著投資額的增加，邊際效用固定不變，如圖5-3所示。因此，為了增加承擔一單位風險，所要求之風險溢酬或風險貼水維持不變，如圖5-4所示。

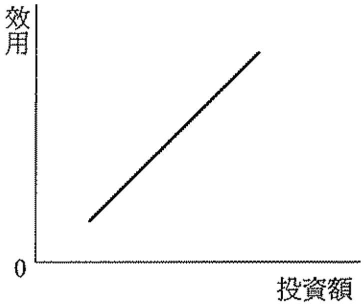

圖5-3　風險中立者之總效用曲線

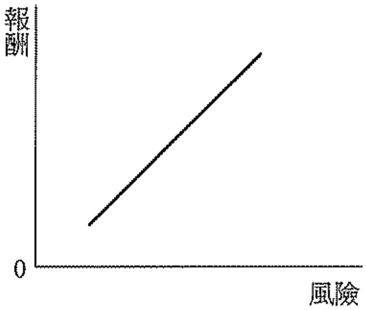

圖5-4　風險中立者之無異曲線

㈢風險愛好者：此種投資者喜愛冒大風險，去賺取高額報酬。故隨著投資額的增加，邊際效用呈遞增現象，如圖5-5所示。因此，為了增加承擔一單位風險，所要求之風險溢酬或風險貼水愈來愈少，如圖5-6所示。

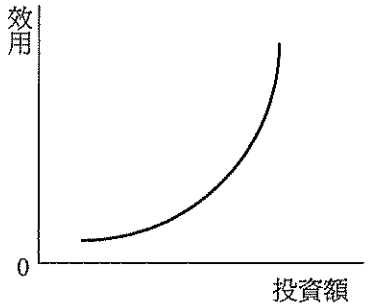

圖5-5　風險愛好者之總效用曲線

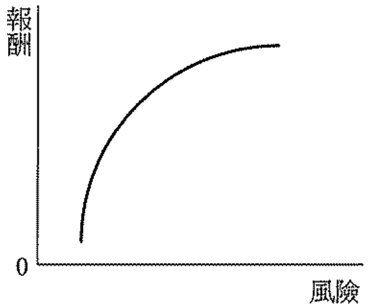

圖5-6　風險愛好者之無異曲線

就一般而言，大部分投資者皆屬於風險趨避者。報酬是投資者所喜愛，風險是投資者所厭惡，因此投資者對報酬與風險組合之無異曲線為正斜率。無異曲線之斜率愈大，表示風險趨避程度愈大，即同樣承擔一單位風險，投資者會要求較多的風險溢酬。相反地，無異曲線之斜率愈小，表示風險趨避程度愈小，即同樣承擔一單位風險，投資者要求較少的風險溢酬。如圖5-7，AB斜率大，表示風險趨避程度大；CD斜率小，表示風險趨避程度小。