

• 2

風險中立者之最佳投資選擇

Intermediate

The next question refer to the following data:

Security	Expected return	Variance
A	0.10	0.38
B	0.09	0.36
C	0.11	0.42
D	0.12	0.49

Which security will the risk neutral investor include in his (her) portfolio holding?

- (A)A (B)B  
(C)C (D)D  
(E)All of the above.

【90年成大財金所】

● (D)

### 5.1.2 常用的風險統計指標

#### 一、標準差與變異數

投資人經常利用標準差 (standard deviation) 來衡量個別證券或投資組合報酬率的離散程度，標準差的平方值即為變異數 (variance)。標準差及變異數之公式如下：

$$\text{變異數：Var}(R_i) = \sigma_i^2 = E[R_i - E(R_i)]^2 \quad (5-1)$$

$$\text{標準差：SD}(R_i) = \sigma_i = \sqrt{E[R_i - E(R_i)]^2} \quad (5-2)$$

其中： $R_i$  = 第*i*種情況下的實際報酬率

$E(R_i)$  = 預期報酬率 (或平均報酬率)

3

求算標準差 *Easy*

Calculate the standard deviation of the returns for Asset X.

Possible outcome	Probability	Asset return
1	0.25	-0.2
2	0.45	0.15
3	0.3	0.4

【95年淡江保險所】

$$\begin{aligned} E(R_X) &= 0.25 \times (-0.2) + 0.45 \times 0.15 + 0.3 \times 0.4 = 0.1375 \\ \sigma_X^2 &= (-0.2 - 0.1375)^2 \times 0.25 + (0.15 - 0.1375)^2 \times 0.45 + (0.4 - 0.1375)^2 \times 0.3 \\ &= 4.92\% \\ \Rightarrow \sigma_X &= \sqrt{4.92\%} = 22.19\% \end{aligned}$$



## 二、共變數

**共變數 (covariance)** 乃衡量投資組合中任意兩種風險性資產報酬率「同向或反向」變動的「程度」。若共變數為正值，代表二種資產報酬率的變動方向是一致的；若共變數為負值，表示二種資產報酬率的變動方向是相反的。

$$\text{共變數：Cov}(R_i, R_j) = \sigma_{ij} = E[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)] \quad (5-3)$$

## 三、相關係數

**相關係數 (correlation coefficient)** 乃衡量任意兩種資產報酬率的相關程度，相關係數的「值」介於+1和-1之間，+1時為完全正相關，-1時為完全負相關，0時則為無相關。

$$\text{相關係數：Corr}(R_i, R_j) = \rho_{i,j} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (5-4)$$

4

共變異數與相關係數 *Easy*

假設A、B兩種資產的相關係數為0，其中A的變異係數為3，報酬率為50%，B的變異數為0.09。請計算：A與B的共變異數（取至小數點第一位）。 【95年銘傳財金、風管所】

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B} = 0 \Rightarrow \sigma_{AB} = 0$$

5 求算平均數、標準差、共變數及相關係數 *Intermediate*

Suppose you have invested only in two stocks, A and B. You expect that returns on the stocks depend on the following three states of economy, which are equally likely to happen.

State of Economy	Return on Stock A(%)	Return on Stock B(%)
Bear	6.3	-3.7
Normal	10.5	6.4
Bull	15.6	25.3

(→) Calculate the expected return of each stock.

(⇒) Calculate the standard deviation of returns of each stock.

(≡) Calculate the covariance and correlation between the two stock. 【93年中央財金所】

$$\bullet \text{ (→) } E(R_A) = \frac{6.3\% + 10.5\% + 15.6\%}{3} = 10.8\%$$

$$E(R_B) = \frac{-3.7 + 6.4\% + 25.3\%}{3} = 9.33\%$$

$$\text{(⇒) } \sigma_A^2 = E(R_A - \bar{R}_A)^2 = (6.3\% - 10.8\%)^2 \times \frac{1}{3} + (10.5\% - 10.8\%)^2 \times \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}
 & + (15.6\% - 10.8\%)^2 \times \frac{1}{3} \\
 & = 14.44\% \\
 \Rightarrow \sigma_A & = 3.8\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_B^2 & = (-3.7\% - 9.33\%)^2 \times \frac{1}{3} + (6.4\% - 9.33\%)^2 \times \frac{1}{3} \\
 & \quad + (25.3\% - 9.33\%)^2 \times \frac{1}{3} \\
 & = 1.4446\% \\
 \Rightarrow \sigma_B & = 12.02\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Rightarrow) \sigma_{AB} & = E[(R_A - \bar{R}_A)(R_B - \bar{R}_B)] \\
 & = (6.3\% - 10.8\%)(-3.7\% - 9.33\%) \times \frac{1}{3} \\
 & \quad + (10.5\% - 10.8\%)(6.4\% - 9.33\%) \times \frac{1}{3} \\
 & \quad + (15.6\% - 10.8\%)(25.3\% - 9.33\%) \times \frac{1}{3} \\
 & = 0.004539
 \end{aligned}$$

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \times \sigma_B} = \frac{0.4539}{3.8\% \times 12.02\%} = 0.9937$$



#### 四、變異係數

變異係數（coefficient of variation; CV）是以資產的報酬率標準差除以資產的預期報酬率（即平均數），用來表示個別證券或投資組合在每單位報酬下，其報酬率的「離散程度」有多大。

$$\text{變異係數：} CV_i = \frac{\sigma_i}{E(R_i)} \quad (5-5)$$

• 6

共變數的意義 *Easy*

Covariance measures the interrelationship between two securities in terms of:

(A) both expected return and direction of return movement

- (B) both size and direction of return movement  
 (C) the standard deviation of returns  
 (D) both expected return and size of return movements  
 (E) the correlations of returns.

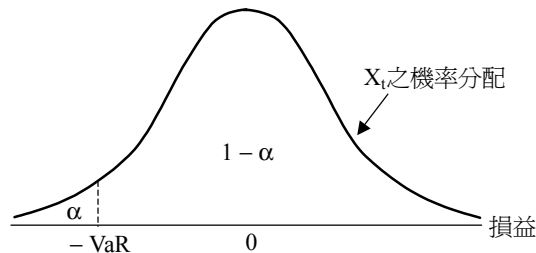
【90年政大金融所】

● (B)

## 五、風險值

**風險值**（value at risk; VaR）或稱**涉險值**，為風險管理新的重要指標，而國際清算銀行（BIS）也於1993年建議銀行可採用VaR作為實務衡量投資組合風險的依據。VaR係衡量投資組合在某「交易期間」及統計上的「信賴區間」內，可能產生最大損失的估計值，為一同時衡量「風險」及「機率」的指標（註：風險值的求算過程詳見9.7節的說明。）。若以隨機變數  $X_t$  代表投資組合未來  $t$  天可能的損益金額， $(1-\alpha)$  為信賴區間，則：

$$P(X_t > -\text{VaR}) = (1-\alpha)\%$$



【圖5-3】 風險值

例如：勞保基金持有1,700億的股票，其未來一天內，在95%的信賴區間，因股票市場的變化可能產生的最大損失為何？若95%的VaR為100億，表示國安基金明天有95%的機會，損失可以控制在100億以內。換言之，只有5%的機率損失會超過100億。

以下例甲、乙、丙公司的資料可知，甲公司的風險較乙公司為高，且甲公司的風險較丙公司為高，但乙公司及丙公司則無法比較。