

$$\begin{aligned}
 \text{期末年金現值} &= \frac{\text{PMT}}{(1+r)^1} + \frac{\text{PMT}}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{\text{PMT}}{(1+r)^n} \\
 &= \text{PMT} \times \left(\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+r)^n} \right) \\
 &= \text{PMT} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n} \right) \\
 &= \text{PMT} \times \text{年金現值係數}(n = \text{期數}, r = \text{利率})
 \end{aligned}$$

..... 【式6-3】

其中：PMT = 定期收取或給付金額

依上式，若其他條件不變，固定期數（n）固定，折現率（r）愈大，則年金現值係數愈小；折現率固定，期數愈長，年金現值係數愈大；定期支付愈大，年金現值愈大。

例題5 >>> **期末年金現值的應用**

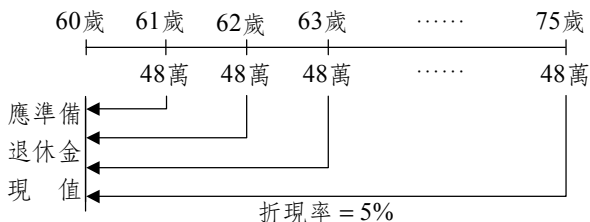
Intermediate

假設60歲退休，預估退休後每個月生活費需4萬元，1年需要48萬，目前國人平均壽命為75歲，若折現率為5%，則應準備多少退休金才夠用？

- (A)678萬元 (B)450萬元 (C)518萬元 (D)720萬元。

Ans : (C)

►►► 解析



每年需要48萬元即為1年金，60歲退休尚可生活15年，故共需準備退休金為：

$$48 \text{萬元} \times \text{年金現值係數}(n=15, r=5\%)$$

$$= 48 \text{萬元} \times 10.3797 = 518 \text{萬元}$$

例題6 >>> 期末年金現值的應用

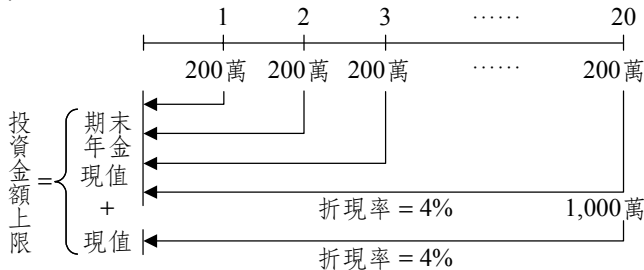
Intermediate

假設某一投資案預期每年淨現金流入200萬元，20年後該投資案結束尚可回收1,000萬元，若想達到每年4%之投資報酬率，則起始投資金額上限為何？（不考慮稅負，取最接近金額）

(A)3,174萬元 (B)3,097萬元 (C)2,718萬元 (D)2,685萬元。 (第五屆)

Ans : (A)

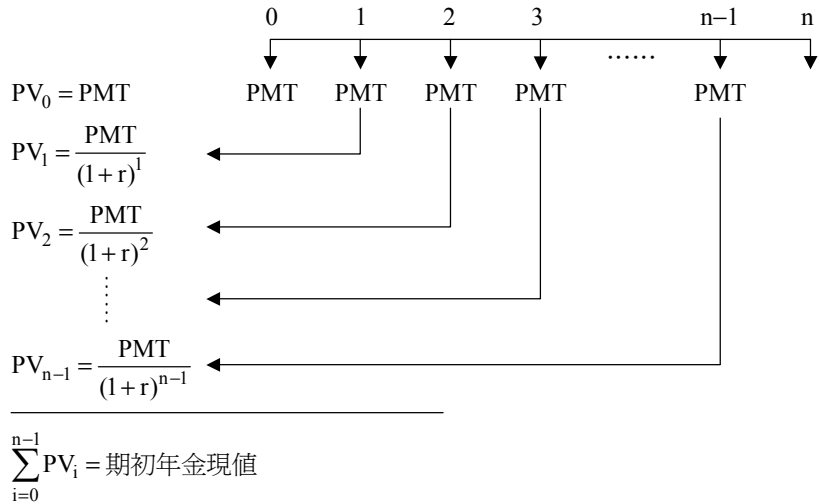
解析



每年淨現金流入200萬元為年金，20年後該投資案結束尚可回收1,000萬元僅有一期，求算方式為：

$$\begin{aligned} \text{目前投資支出} &= \text{投資收入之現值} \\ &= 200 \text{萬} \times \text{年金現值係數}(n=20, r=4\%) + 1,000 \text{萬} \\ &\quad \times \text{複利現值係數}(n=20, r=4\%) \\ &= 200 \text{萬} \times 13.590 + 1,000 \text{萬} \times 0.456 = 3,174 \text{ (萬)} \end{aligned}$$

2. 期初年金現值：年金除了可在各期期末支付外，亦可於期初支付，我們將現金流量於期初支付者，稱為**期初年金**。期初年金現值的計算方式與普通年金類似，但因此年金現金流出的時點為「各期期初」，將比普通年金少折現一次，如【圖6-4】所示。



【圖6-4】期初年金現值求算過程

再者，因期初年金現值比普通年金現值少折現一次，即期初年金現值較普通年金現值大了「1期」的時間價值，故我們可利用期末年金現值的觀念，將【式6-3】改寫為期初年金現值公式，如【式6-4】所列。

$$\begin{aligned}
 \text{期初年金現值} &= \text{期末年金現值} \times (1+r) \\
 &= \text{PMT} \times \text{年金現值係數}(n = \text{期數}, r = \text{利率}) \\
 &\quad \times (1+r) \dots \dots \dots \text{【式6-4】}
 \end{aligned}$$

延續前例，若利率為10%，每年年初支付100萬，共計10年，則其年金現值為675.91萬。

$$\begin{aligned}
 \text{期初年金現值} &= \text{期末年金現值} \times (1+r) = 614.46 \times (1+10\%) \\
 &= 675.91 \text{ (萬)}
 \end{aligned}$$

例題7 >>> 期初年金現值的應用

• **Hard**

李君擬投保每期期初繳10萬元16年期，或躉繳100萬元的保單，假設李君在此投保期間年報酬率無法達到5%，則下列敘述何者正確？

- (A)保單推估年折現率約為7%；李君應採躉繳方式 (B)保單推估年折