

## Unit 6

# 應力與應變關係與轉換

### 一階觀念45 平面應力轉換公式

#### 解釋名詞

1. 應力態 (the state of stress)：係指任一應力元素上的正向應力與剪應力作用情形。一個完整的應力態描述應該包含值與方位，也就是應力值與應力作用方向。
2. 平面應力 (plane stress)：若元素應力態中有一方向的應力分量均為零時（如  $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ ），則此應力態就稱為平面應力。

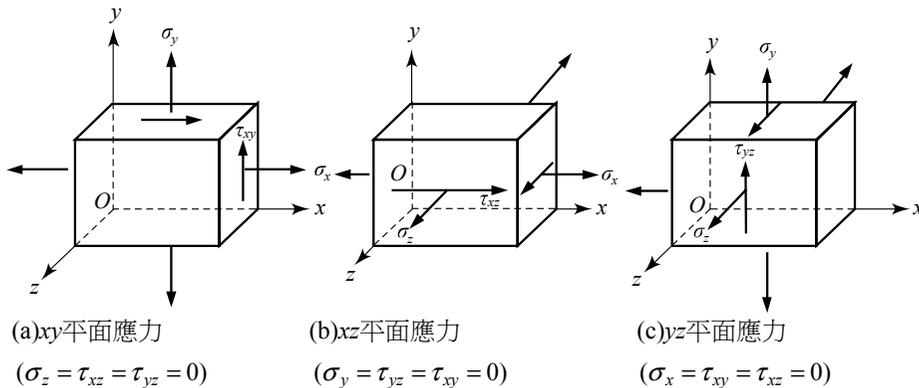


圖 6-1 各種平面應力態圖示

⊖ 公式彙整

1. 平面正向應力轉換公式

$$\sigma_{x_1} = \sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \dots\dots\dots(6.1)$$

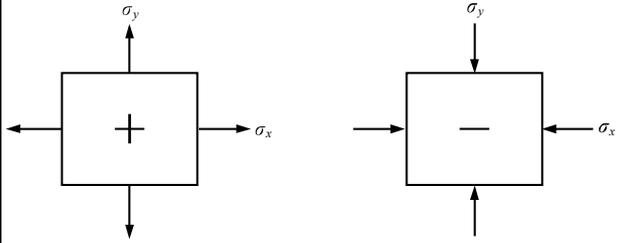
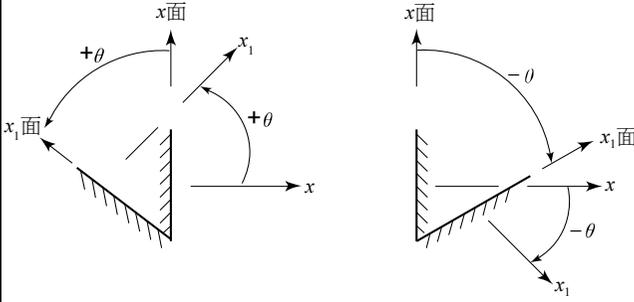
2. 平面剪應力轉換公式

$$\tau_{x_1y_1} = \tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \dots\dots\dots(6.2)$$

3. 平面正向應力恆等式

$$\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y \dots\dots\dots(6.3)$$

(1) 符號說明

$\sigma_x, \sigma_y$ x、y 兩座標軸向的正向應力或位於 x、y 面上的正向應力	+ : 拉應力 ; - : 壓應力 
$\tau_{xy}$ 位於 x 面上指向 y 向之剪應力	+ : 使元素逆時針轉 ; - : 使元素順時針轉 
$\theta$ 從 x 軸轉動角度或 x 面轉動的角度	+ : 逆時針轉 ; - : 順時針轉 

## 題型分析

### 《題型 6-1》平面應力與應變觀念問答

#### • 試題 •

Plot the Mohr's circle for following stress states:

1.  $\sigma_x = 10 \text{ Pa}$ ,  $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ ,
2.  $\sigma_x = 10 \text{ Pa}$ ,  $\sigma_y = -10 \text{ Pa}$ ,  $\tau_{xy} = 10 \text{ Pa}$
3.  $\sigma_x = 10 \text{ Pa}$ ,  $\sigma_y = 10 \text{ Pa}$ ,  $\tau_{xy} = 10 \text{ Pa}$ ,
4.  $\sigma_x = 10 \text{ Pa}$ ,  $\sigma_y = 10 \text{ Pa}$ ,  $\tau_{xy} = 0$ .

Mark the given stress state point in the Mohr's circle. (92成大機械第三題)

#### ►► 破題而入

1. 題型：《題型6-1》平面應力與應變觀念問答
2. 關鍵字：平面應力莫耳圓  
注意若  $\tau_{xy}$  為正要畫於莫耳圓下方。
3. 觀念：【觀念46】平面應力莫耳圓圖解法

#### ►► 答題參考

由題示應力態繪莫耳圓【觀念46】

1. 參考圖(a)應力態繪莫耳圓

$$\text{圓心 } O = \left( \frac{10}{2}, 0 \right) = (5, 0)$$

$$\text{半徑 } R = \sqrt{\left( \frac{10}{2} \right)^2 + 0^2} = 5$$