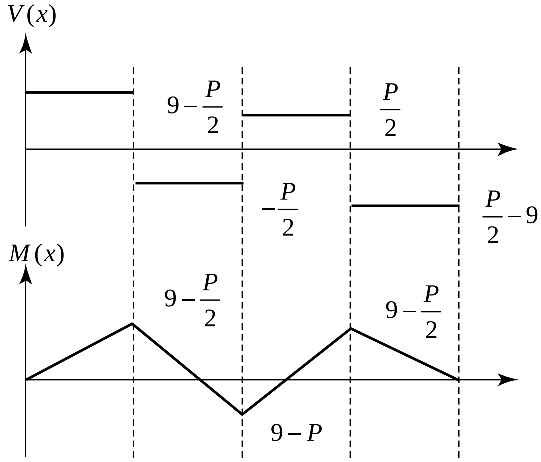
$$\left|9-\frac{P}{2}\right| = |9-P|$$

$$\Rightarrow 9-\frac{P}{2} = -(9-P)$$

$$\Rightarrow P = 12\ \text{kN}$$

亦即當負載 $P = 12\ \text{kN}$ 時，最大彎矩為最小值，其值 $M_{\min}$ 為 $3\ \text{kN}\cdot\text{m}$ 。



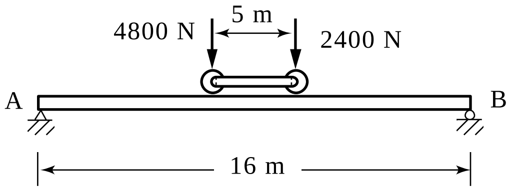
⑵最大正應力 $\sigma_{\max}$ 值為

$$\sigma_{\max} = \frac{M_C}{I}$$

$$= \frac{3\times 1000\times \frac{0.15}{2}}{\frac{1}{12}\times 0.1\times 0.15^3} = +8\ \text{MPa}$$

範題 9

A two-axle carriage that is part of an overhead traveling crane in a testing laboratory moves slowly across a simple beam AB as shown in figure. The load transmitted to the beam from the front axle is 2400 N and from the rear axle is 4800 N. The weight of the beam itself may be disregarded. Determine the minimum required section modulus S for the beam if the allowable bending stress is 120 MPa , the length of the beam is 16 m , and the wheelbase of the carriage is 5 m .



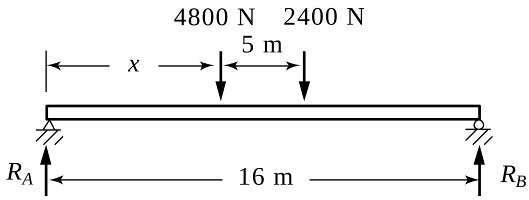
（90台科大機械）

➠樑之最大彎矩會出現在負荷4800 N之作用處，因此先解移動負荷問題求出樑中可能出現之最大彎矩，再由最大彎曲應力不超過容許應力即可求得最小斷面模數 S 。

【解析】

最大彎矩會發生於負荷4800 N作用處，令負荷4800 N作用處距點A為 x ，則由對點B處之力矩平衡可得到

$$-R_A \times 16 + 4800 \times (16 - x) + 2400 \times (16 - x - 5) = 0$$



由上式可解得點A之反力為

$$R_A = 6450 - 450x \text{ N}$$

故負荷4800 N作用處之彎矩為

$$M(x) = R_A \times x = (6450x - 450x^2) \text{ N} \cdot \text{m}$$

欲求最大彎矩可將上式微分如下：

$$\frac{dM}{dx} = (6450 - 900x) = 0 \Rightarrow x = 7.17 \text{ m}$$

所以樑之最大彎矩 $M_{\max}$ 為

$$M_{\max} = (6450 - 450 \times 7.17) \times 7.17 = 23112 \text{ N} \cdot \text{m}$$

依題意要求最大彎曲應力不能超過容許彎曲應力，故

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{23112}{S} \le \sigma_{\text{all}}(120\times10^6 \text{ Pa})$$

$$\Rightarrow S \ge 1.926\times10^{-4} \text{ m}^4$$

所以需要之最小斷面模數為

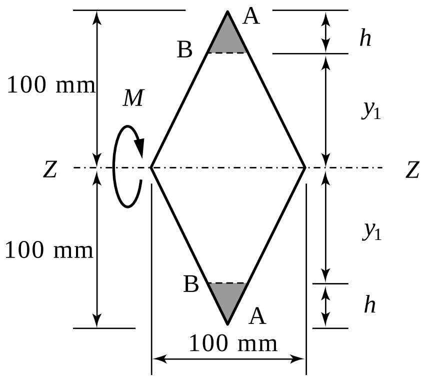
$$S = 1.926\times10^{-4} \text{ m}^4 = 1.926\times10^{8} \text{ mm}^4$$

範題 10

某根樑具有一高度為 200 mm 及寬度為100 mm之菱形斷面，承受一個沿 Z-Z 軸方向之彎矩 M，如圖所示，假設應力分布為線性，今為使該斷面最外緣 A 點之軸向應力減少，擬沿 B 點截去高度為 h 之斜線菱形面積，如圖所示，請計算：

⑴最佳之 h 值。

⑵ B點軸向應力與A點軸向應力的比值。



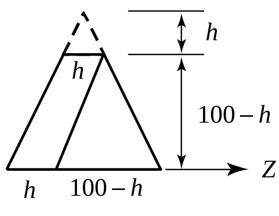
樑之菱形斷面尺寸示意圖

（93台科大營建）

➠先求出截出斜線面積後斷面之慣性矩，再求B點處之最大彎曲應力 σ_B，而最佳之 h 值代表使 σ_B 為最小，故由 $d\sigma_B/dh = 0$ 即可求得最佳之 h 值。

【解析】

⑴因為上下對稱，故可只考慮上半斷面，如下圖所示：



所以慣性矩 I 為

$$I = 2\left[\frac{1}{3}\times h\times(100-h)^3 + \frac{1}{12}\times(100-h)\times(100-h)^3\right]$$