

二、 r 補數與 $(r-1)$ 補數（重要性：◆◆◆◆◆）

1. r 補數：

若一無號的數字 $N(N \neq 0)$ ，基底（base）是 r ，整數部分的位數為 n ，則它的 r 補數(complement)定義為 $(r^n - N)$ ，且令 $N = 0$ 時， N 的 r 補數為0。

舉例說明如下：

$$(1)(012398)_{10} \text{的} 10\text{'s complement} = 10^6 - 012398 = 987602$$

$$(2)(1101100)_2 \text{的} 2\text{'s complement} = 2^7 - 1101100 = 0010100$$

2. $(r-1)$ 補數：

若一無號的數字 $N(N \neq 0)$ ，基底（base）是 r ，整數部分的位數為 n ，則它的 $(r-1)$ 補數為 $(r^n - 1) - N$ ，且令 $N = 0$ 時， N 的 $(r-1)$ 補數為0。

舉例說明如下：

$$(1)(012398)_{10} \text{的} 9\text{'s complement} = (10^6 - 1) - 012398 = 987601$$

$$(2)(1101100)_2 \text{的} 1\text{'s complement} = 2^7 - 1 - 1101100 = 0010011$$

3. 重要性質：

有一個要特別注意的性質為：

$$r\text{'s補數} = (r-1)\text{'s補數} + 1 \text{（最後一位）}$$

舉例說明如下：

$$(101.11)_2 \text{之} 2\text{'s補數} = 2^3 - (101.11)_2 = (1000)_2 - (101.11)_2 = (010.01)_2$$

$$(101.11)_2 \text{之} 1\text{'s補數} = (010.00)_2$$

$$\text{所以}(101.11)_2 \text{之} 2\text{'s補數} = 1\text{'s補數} + 1 \text{（最後一位）}。$$

三、有正負號的二進位數字表示法（重要性：◆◆◆◆◆）

1. 符號數值表示法：

符號數值表示法就是另外加註一個符號位元（sign bit），即把第一個位元來表示正負號。利用此符號位元來代表正數或負數，其餘跟基本正數的二進位表示法一樣，此稱之為「符號數值表示法」（sign-and-magnitude notation）。

例如：

$$(1)9 \text{的符號數值表示法為}(00001001)_2。$$

$$(2)-9 \text{的符號數值表示法為}(10001001)_2。$$

2. 有號1補數表示法：

有號1補數表示法在表示正數時，跟基本正數的二進位表示法一樣。但在表示負數時，就是把基本正數二進位表示法整個取1補數，記得連第一位元的0都要變1。

3. 有號2補數表示法：

電腦最常用的就是2補數（2's complement）的運算，有號2補數表示法在表示正數時，跟基本正數的二進位表示法一樣。但在表示負數時，就是把基本正數二進位表示法整個取2補數，記得連第一位元的0都要變1。



備註

從原正數二進位表示法取2補數時，注意表示的位元數要夠，因為有號2補數表示法只能表示原正數二進位表示法所能表示值範圍的一半（一半是正數一半是負數，其中正數包含0）。

4. 常見的“有號”二進位數字表示法對照表（以4-bit為例）：

十進制表示法	符號數值表示法	有號1補數表示法	有號2補數表示法
8	X	X	X
7	0111	0111	0111
6	0110	0110	0110
5	0101	0101	0101
4	0100	0100	0100
3	0011	0011	0011
2	0010	0010	0010
1	0001	0001	0001
0	0000,1000	0000,1111	0000
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001

十進制表示法	符號數值表示法	有號1補數表示法	有號2補數表示法
-8	X	X	1000
可表示範圍	$-(2^{n-1} - 1) \sim (2^{n-1} - 1)$	$-(2^{n-1} - 1) \sim (2^{n-1} - 1)$	$-(2^{n-1}) \sim (2^{n-1} - 1)$



備註

表中的n表示位數。從「可表示範圍」知，由於第一位元用來表示正負號，所以可表示的正數比基本的正數二進位表示法整整少了一半。例如4-bit基本正數二進位表示法可表示從0~15個數，而符號數值表示法、有號1補數表示法及有號2補數表示法，都只能表示從0~7個數。

四、以補數做減法運算（重要性：◆◆◆◆）

兩個基底r，n位元的無號數M及N，則 $M - N$ 的減法運算能被完成，以下列方法：

1. 將“被減數M”與“減數N”的r補數（r's complement）相加，如下式：

$$M + (r^n - N) = M - N + r^n$$
2. 假如 $M \geq N$ ，則相加的結果將產生進位在最高位元的地方，直接把最高位元進位的那一位元刪除，剩下的部分，就是 $M - N$ 的正確答案。
3. 假如 $M < N$ ，則相加的結果不會產生任何進位，得到 $[r^n - (N - M)]$ 這個中間的結果。這個結果，其實就是 $(N - M)$ 的r補數（r's complement）。最後把這個結果取r補數（r's complement）且記得在前面加上一個負號，才是正確答案。