

第5章

不動產投資評估方法(三)

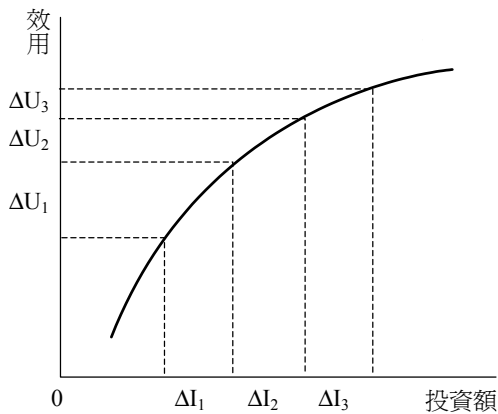


期望值與變異數分析

一、投資者對風險之態度

人們對風險之態度有三種類型，一種為風險趨避者，此種人不喜好冒高度風險，去賺取高額報酬，亦即寧可在低度風險下，賺取小額報酬；另一種為風險中立者，此種人對風險高低無特別偏好；最後一種為風險愛好者，此種人喜好冒高度風險，去賺取高額報酬。

- (一)風險趨避者：隨著投資額的增加，邊際效用呈現遞減現象。如圖5-1所示。
- (二)風險中立者：隨著投資額的增加，邊際效用固定不變。如圖5-2所示。
- (三)風險愛好者：隨著投資額的增加，邊際效用呈現遞增現象。如圖5-3所示。

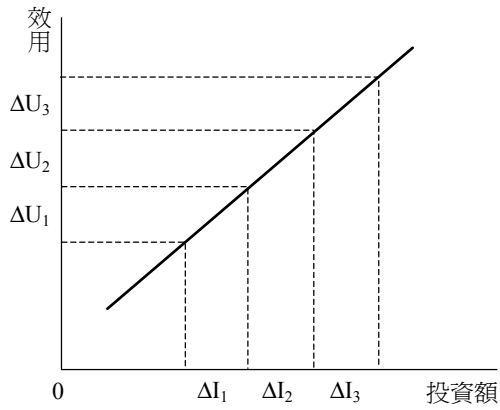


$$\Delta I_1 = \Delta I_2 = \Delta I_3$$

$$\Delta U_1 > \Delta U_2 > \Delta U_3$$

圖5-1 風險趨避者

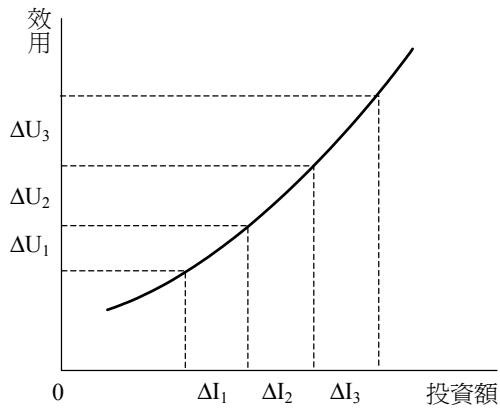
5-2 不動產投資



$$\Delta I_1 = \Delta I_2 = \Delta I_3$$

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3$$

圖5-2 風險中立者



$$\Delta I_1 = \Delta I_2 = \Delta I_3$$

$$\Delta U_1 < \Delta U_2 < \Delta U_3$$

圖5-3 風險愛好者

二、報酬與風險

(一) 一種資產：任何一項投資必定考慮其報酬（獲利性）與風險（安全性）。

1. 報酬：以期望值（Expected Values）表示報酬的大小。亦即以平均數

(集中程度)代表報酬。

$$E(x) = \sum_{i=1}^n P_i X_i$$

$E(X)$ ：期望值，以 \bar{X} 表示。

X_i ：第*i*個可能值。

P_i ：發生 X_i 的機率。

2. 風險：以變異數 (Variance) 或標準差 (Standard Error) 表示風險的大小。亦即以離散程度代表風險。

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n [X_i - E(X)]^2 \cdot P_i$$

$\text{Var}(X)$ ：變異數，以 σ^2 表示。

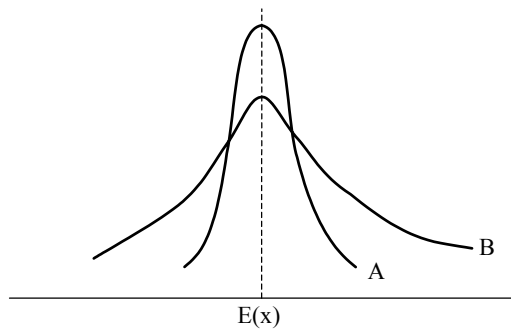
σ ：標準差。

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$$


(1) 當 $\sigma > 1$ 時， $\text{Var}(X) > \sigma$

(2) 當 $\sigma = 1$ 時， $\text{Var}(X) = \sigma$

(3) 當 $\sigma < 1$ 時， $\text{Var}(X) < \sigma$



$$E_A(X) = E_B(X), \text{Var}_A(X) < \text{Var}_B(X)。$$

 來勝投資一間店面，未來不動產景氣情形之發生機率及其報酬率如表所示，試求其期望值、變異數及標準差？

5-4 不動產投資

情況	機率	報酬率
繁榮	20%	25%
復甦	40%	15%
衰退	25%	3%
蕭條	15%	-10%

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(X) &= 20\% \times 25\% + 40\% \times 15\% + 25\% \times 3\% + 15\% \times (-10\%) \\ &= 10.25\% \\ \text{Var}(X) &= (25\% - 10.25\%)^2 \times 20\% + (15\% - 10.25\%)^2 \times 40\% \\ &\quad + (3\% - 10.25\%)^2 \times 25\% + (-10\% - 10.25\%)^2 \times 15\% \\ &= 0.0127 \\ \sigma &= \sqrt{0.0127} = 0.1127 \end{aligned}$$

(二) 二種資產之投資組合 (Portfolio) :

二種資產：X, Y

投資比重： W_X, W_Y

報酬率： R_X, R_Y

變異數： σ_X^2, σ_Y^2

1. 報酬率： $E(R_p) = W_X R_X + W_Y R_Y$

2. 變異數： $\sigma_p^2 = W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + 2W_X W_Y \sigma_{XY}$

其中：

$$\sigma_X^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 \cdot P_i$$

$$\sigma_Y^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \cdot P_i$$

$$\sigma_{XY} = \sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y}) \cdot P_i$$

另外：

$$\sigma_{XY} = \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$$

σ_{XY} ：X、Y二種資產之共變異數 (Covariance)。

ρ_{XY} ：X、Y二種資產之相關係數。

$$-1 \leq \rho_{XY} \leq 1$$

統計學上之相關係數定義為：

$$\rho_{XY} = \frac{E\{[X_i - E(X_i)] \times [Y_i - E(Y_i)]\}}{\sqrt{\text{Var}(X_i)} \times \sqrt{\text{Var}(Y_i)}}$$


$$\therefore \sigma_{XY} = \text{Cov}(X, Y) = \sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y}) \cdot P_i$$

$$= E\{[X_i - E(X_i)] \times [Y_i - E(Y_i)]\}$$

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\therefore \sigma_{XY} = \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$$

綜上，以報酬率的平均數代表投資的報酬，以報酬率的變異數或標準差代表風險。報酬愈高愈好，風險愈低愈好。因此，若A的期望報酬率大於或等於B的期望報酬率，且A的變異數小於或等於B的變異數，則A投資標的優於或等於B投資標的，此即「平均數變異數準則」(Mean-Variance Criterion；MVC)。

 來勝將800萬元投資房地產，500萬元投資股票，試依據下表估計投資組合的報酬與風險；另估計二種資產之相關係數？

種類 機率	房地產報酬率	股票報酬率
50%	18%	25%
30%	12%	10%
20%	3%	5%

► 房地產 (X) 投資比重： $\frac{800}{1,300} = 0.615$

股票 (Y) 投資比重： $\frac{500}{1,300} = 0.385$

$$R_X = \sum X_i P_i = 18\% \times 50\% + 12\% \times 30\% + 3\% \times 20\% = 13.2\%$$

$$R_Y = \sum Y_i P_i = 25\% \times 50\% + 10\% \times 30\% + 5\% \times 20\% = 16.5\%$$

$$E(R_p) = W_X R_X + W_Y R_Y = 0.615 \times 13.2\% + 0.385 \times 16.5\% = 14.47\%$$

5-6 不動產投資

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= \sum (X_i - \bar{X})^2 \cdot P_i \\ &= (18\% - 13.2\%)^2 \times 50\% + (12\% - 13.2\%)^2 \times 30\% \\ &\quad + (3\% - 13.2\%)^2 \times 20\% = 0.0033\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &= \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \cdot P_i \\ &= (25\% - 16.5\%)^2 \times 50\% + (10\% - 16.5\%)^2 \times 30\% \\ &\quad + (5\% - 16.5\%)^2 \times 20\% = 0.0075\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{XY} &= \sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y}) \cdot P_i \\ &= (18\% - 13.2\%)(25\% - 16.5\%) \times 50\% \\ &\quad + (12\% - 13.2\%)(10\% - 16.5\%) \times 30\% \\ &\quad + (3\% - 13.2\%)(5\% - 16.5\%) \times 20\% \\ &= 0.00462\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + 2W_X W_Y \sigma_{XY} \\ &= (0.615)^2 \times 0.0033 + (0.385)^2 \times 0.0075 + 2 \times 0.615 \times 0.385 \times 0.00462 \\ &= 0.004548\end{aligned}$$

$$\sigma_P = \sqrt{0.004548} = 6.74\%$$

$$\sigma_{XY} = \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$$

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{0.00462}{\sqrt{0.0033} \times \sqrt{0.0075}} = 0.93$$

投資組合之報酬率為14.47%，投資組合之標準差（風險）為6.74%，二種資產之相關係數為0.93。



來勝分別投資店面及住宅，投資組合相關資料如下表，試估計其報酬與風險？

種類	店面	住宅
資料		
投資比重	70%	30%
期望值	30.58%	25.14%
標準差	15.19%	12.67%
相關係數	0.3	

$$\Rightarrow E(R_p) = 70\% \times 30.58\% + 30\% \times 25.14\% = 28.95\%$$