

第五節 複利與有效年利率

出題頻率：◆◆◆◆◆

壹、複利與折現

複利 (compound interest) 指定期連同本金與上期所得利息一併計算該期利息的計息方式，俗稱「利滾利」，如年利率5%，則存二年本利和： $(1+5\%) \times (1+5\%) = (1+5\%)^2$ ；若為單利 (simple interest)，則每期僅支付原投入本金之利息，後續所得利息再投資則無收益，如年利率5%，則存二年本利和： $(1+5\% \times 2)$ 。不同的複利或折現次數，直接影響現值或終值的大小，複利次數愈多，複利或折現之效果愈大。

一、一年複利 (折現) 一次

如果一年複利一次，則複利因子為 $(1+r)^n$ ，可直接按計算機求算或查終值表中之終值利率因子 (FVIF_{r,n})。同理，如果一年折現一次，則折現因子為 $\frac{1}{(1+r)^n}$ ，可直接按計算機求算或查現值表中之現值利率因子 (PVIF_{r,n})。

二、一年複利 (折現) m次

如果一年複利m次，則複利因子為 $\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m \times n}$ ，可直接按計算機求算或查終值表中之終值利率因子 (FVIF_{r/m,m \times n})。同理，如果一年折現m次，則折現因子為 $\frac{1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m \times n}}$ ，可直接按計算機求算或查現值表中之現值利率因子 (PVIF_{r/m,m \times n})。

三、連續複利與連續折現

如果一年複利無限多次，則複利因子⁵為 e^m ，可直接按計算機求

⁵ $\lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times n} \right] = e^{rn}$

算；同理，如果一年折現無限多次，則折現因子⁶為 e^{-m} ，可直接按計算機求算。

範例 15



小容很會花錢，於是她聽從友人之勸告，到銀行定期存款，與辦事員一番商討後，小容不太相信辦事員的說法，於是她考辦事員一個問題，聰明的你，是否能幫辦事員解答呢？「假如有一筆為期十年，名目利率為10%，並於每半年複利一次的定期存款20萬元，若中途契約沒有停止，則到期餘額應為多少呢？」 (A)530,600元 (B)500,000元 (C)695,400元 (D)289,665元。

▶▶(A)



作者叮嚀

72法則

所謂72法則 (the rule of 72)，是指在不同的利率 (或報酬率) 下，將72除以設定的利率，就是可以將所投入本金「倍數」取回所需要的投資時間。舉例而言，某投資人存入1萬，如果利率只有1%，其想要累積到2萬，就需要長達72年 (= 72 ÷ 1) 的時間才能達到；如果利率為2%，就需要36年 (= 72 ÷ 2)；如果利率為4%，則需要18年 (= 72 ÷ 4) 可以達成。此即複利的觀點：

$$1 \times (1 + 1\%)^{72} \cong 2$$

$$1 \times (1 + 2\%)^{36} \cong 2$$

$$1 \times (1 + 4\%)^{18} \cong 2$$


範例 16



如果每年複利一次，則要使價值增加一倍，名目利率與複利期間兩個數字之間大致等於： (A)72 (B)36 (C)24 (D)12。

$$^6 \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \right] = e^{-rn}$$

▶▶(A)

範例 17 

☆

在一個保證收益率14%，且每年複利的投資方案中，若不考慮租稅因素，要多久時間可以得到總數為原始投資金額兩倍之回收？ (A)約3.5年 (B)約5年 (C)正好7年 (D)約10年。 (91高考)

▶▶(B)

貳、有效年利率

名目年利率 (annual percentage rate; APR) 係以單利求算之年利率，故不論一年計息幾次，名目利率為 r ，固定不變。有效年利率 (effective annual rate; EAR) 則以複利方式來求算年利率，故複利次數與有效年利率成正比。若名目利率為 r ，則間斷複利下之有效年利率計算如下：


$$\text{有效年利率} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad (4-10)$$

例如，名目年利率6%，每月複利一次，則有效年利率為：

$$\text{EAR} = \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{12} - 1 = 6.17\%$$

此一有效年利率6.17%與一年僅複利一次之名目利率6.17%之價值相同。若將間斷複利改為連續複利，則有效年利率為：

$$\text{有效年利率} = e^r - 1 \quad (4-11)$$

範例 18 

☆☆

台新銀行一年期定期存款利率為6%，按月複利一次，其有效年利率為何？

$$\text{▶▶ EAR} = \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{12} - 1 = 6.17\%$$

範例 19



借款10,000元的每日需支付利息10元，則有效利率為_____。

$$\Rightarrow \text{EAR} = \left(1 + \frac{10}{10,000}\right)^{365} - 1 = 44.03\%$$