

## 七、沉入基金因子 (SFF)

如果「每期年金」已知，則求取「年金終值總和」，採「年金終值利率因子」。如果「年金終值總和」已知，則求取「每期年金」，採「沉入基金因子」。因此，「年金終值利率因子」與「沉入基金因子」互為倒數。

(一) 期末年金公式之推導：

$$S = a \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

S：年金總和  
a：每期年金

$$a = S \times \frac{r}{(1+r)^n - 1}$$

↓

SFF (r,n)

(二) 期初年金公式之推導：

$$S = a \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times (1+r)$$

$$a = S \times \frac{r}{(1+r)^n - 1} \times \frac{1}{1+r}$$

↓

SFF (r,n)

◎陳董打算三年後買房子，自備款200萬元，如果銀行存款年利率5%，則從今天起每月應向銀行存入多少錢？

$$\begin{aligned} & \Rightarrow 200 \times \text{SFF} \left( \frac{5\%}{12}, 12 \times 3 \right) \times \frac{1}{1 + \frac{5\%}{12}} \\ & = 200 \times \frac{0.4167\%}{(1 + 0.4167\%)^{36} - 1} \times \frac{1}{1 + 0.4167\%} = 5.14 \text{ 萬元} \end{aligned}$$

## 八、年金現值利率因子 (PVIFA)

年金終值利率因子之結算點在「未來」，年金現值利率因子之結算點在「現在」。

1-6 不動產投資分析

(一) 期末年金公式之推導：

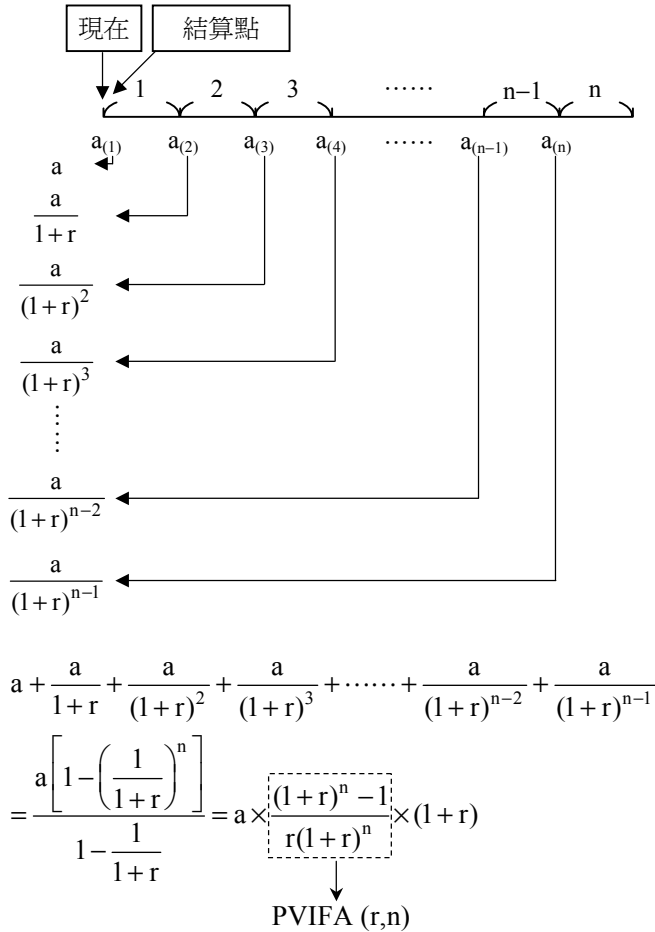
The diagram illustrates the derivation of the present value formula for an annuity. It shows a timeline from '現在' (Now) to '結算點' (Maturity/End Point) over n periods. Cash flows  $a(1), a(2), a(3), \dots, a(n-1), a(n)$  occur at the end of each period. Arrows indicate these cash flows being discounted back to '現在' at rates  $\frac{a}{1+r}, \frac{a}{(1+r)^2}, \dots, \frac{a}{(1+r)^n}$ .

$$\frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \frac{a}{(1+r)^3} + \dots + \frac{a}{(1+r)^{n-2}} + \frac{a}{(1+r)^{n-1}} + \frac{a}{(1+r)^n}$$

$$= \frac{a}{1+r} \left[ \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+r}} \right] = \frac{a}{r} \left[ 1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n \right] = a \times \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

↓  
PVIFA (r,n)

(二)期初年金公式之推導：



◎購車優惠專案，每期（月）繳付2萬元，分三十六期（月）繳付。如果換算為訂約日一次繳清，年利率5%，則一次應繳付多少錢？

$$\Rightarrow 2 \times \text{PVIFA} \left( \frac{5\%}{12}, 36 \right) = 2 \times \frac{(1+0.4167\%)^{36} - 1}{0.4167\% (1+0.4167\%)^{36}} = 66.73 \text{ 萬元}$$

1-8 不動產投資分析

若某段高速公路未來十年中每年之收益約為15億元，政府提供3%之收益率給證券投資者，倘順利將此十年之收益以證券化方式售出，政府應可藉此獲取多少現金？  
(93年不動產估價師高考)

【解】

$15 \times PVIFA(3\%, 10) = 127.95$  億元  
政府可藉此獲取127.95億元之現金。

(三)永續年金：年金直到永遠，稱為永續年金。

$$\frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \frac{a}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{a}{(1+r)^{n-2}} + \frac{a}{(1+r)^{n-1}} + \frac{a}{(1+r)^n}$$

$$= \frac{a}{r} \left[ 1 - \left( \frac{1}{1+r} \right)^n \right]$$

當n趨近無窮大，永續年金總和為  $\frac{a}{r}$ 。

◎政府發行一種無到期日之公債，每年可以依票面利率領取10萬元，直到永遠，設殖利率（yield rate）8%，請問此一公債之價格為何？

▮公債價格 =  $10 \times \frac{1}{8\%} = 125$  萬元

投資購買一不動產，預期持有七年，並於第七年年末出售。預期各年之期末淨收益如下表，第七年以後之淨收益固定不變。假設收益期間之折現率為5%，出售時之資本化率為6%。請問該不動產之價值為何？

年期	淨收益	複利現價率		複利年金現價率	
		5.00%	6.00%	5.00%	6.00%
1	120000	0.952381	0.943396	0.952381	0.943396
2	125000	0.907029	0.889996	1.85941	1.833393
3	130000	0.863838	0.839619	2.723248	2.673012
4	135000	0.822702	0.792094	3.545951	3.465106
5	140000	0.783526	0.747258	4.329477	4.212364
6	145000	0.746215	0.704961	5.075692	4.917324
7	150000	0.710681	0.665057	5.786373	5.582381

年期	淨收益	複利現價率		複利年金現價率	
		5.00%	6.00%	5.00%	6.00%
8	150000	0.676839	0.627412	6.463213	6.209794
9	150000	0.644609	0.591898	7.107822	6.801692
10	150000	0.613913	0.558395	7.721735	7.360087

(93年地方政府三等)

## 【解】

(一) 假設收益期限十年：

$$\begin{aligned}
& 120,000 \times PVIF(5\%,1) + 125,000 \times PVIF(5\%,2) + 130,000 \times \\
& PVIF(5\%,3) + 135,000 \times PVIF(5\%,4) + 140,000 \times PVIF(5\%,5) + \\
& 145,000 \times PVIF(5\%,6) + 150,000 \times PVIF(5\%,7) + 150,000 \times \\
& PVIFA(6\%,3) \times PVIF(5\%,7) \\
& = 120,000 \times 0.952381 + 125,000 \times 0.907029 + 130,000 \times 0.863838 + \\
& 135,000 \times 0.822702 + 140,000 \times 0.783526 + 145,000 \times 0.746215 + \\
& 150,000 \times 0.710681 + 150,000 \times 2.673012 \times 0.710681 \\
& = 1,060,474
\end{aligned}$$

(二) 假設收益期限無窮：

$$\begin{aligned}
& 120,000 \times PVIF(5\%,1) + 125,000 \times PVIF(5\%,2) + 130,000 \times \\
& PVIF(5\%,3) + 135,000 \times PVIF(5\%,4) + 140,000 \times PVIF(5\%,5) + \\
& 145,000 \times PVIF(5\%,6) + 150,000 \times PVIF(5\%,7) + 150,000 \times \\
& PVIFA(6\%,\infty) \times PVIF(5\%,7) \\
& = 120,000 \times 0.952381 + 125,000 \times 0.907029 + 130,000 \times 0.863838 + \\
& 135,000 \times 0.822702 + 140,000 \times 0.783526 + 145,000 \times 0.746215 + \\
& 150,000 \times 0.710681 + 150,000 \times \frac{1}{6\%} \times 0.710681 \\
& = 2,552,227.52
\end{aligned}$$

(三) 永續成長年金：年金每期按一定比率成長，直到永遠。

g：每期成長率

$$\frac{a(1+g)}{1+r} + \frac{a(1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{a(1+g)^3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{a(1+g)^{n-2}}{(1+r)^{n-2}} + \frac{a(1+g)^{n-1}}{(1+r)^{n-1}} + \frac{a(1+g)^n}{(1+r)^n}$$

1-10 不動產投資分析

$$= \frac{\frac{a(1+g)}{1+r} \left[ 1 - \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^n \right]}{1 - \frac{1+g}{1+r}} = \frac{a(1+g)}{r-g} \left[ 1 - \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^n \right]$$

當n趨近無窮大，且 $r > g$ ，則永續年金總和為 $\frac{a(1+g)}{r-g}$ 。

	未來第一期開始	未來第二期開始
成長率(g)	$\frac{a(1+g)}{r-g}$	$\frac{a}{r-g}$
衰退率(d)	$\frac{a(1-d)}{r+d}$	$\frac{a}{r+d}$

◎有一塊農地，今年淨收益30萬元，從明年起每年成長3%，設資本還原率5%，則該農地之地價？

$$\Rightarrow \text{農地地價} = \frac{30(1+3\%)}{5\% - 3\%} = 1,545 \text{ 萬元}$$

若101百貨公司營運良好，每年淨營運收益（Net Operating Income，NOI）約有2億元，預期未來每年可穩定持續成長2%，若101百貨公司之綜合資本化比率為10%，則你評估101百貨公司之總價值為多少？

（93年不動產估價師高考）

【解】

$$V = \frac{a(1+g)}{r-g} = \frac{2(1+2\%)}{10\% - 2\%} = 25.5 \text{ 億元}$$

評估101百貨公司之總價值為25.5億元。

某估價師為一不動產證券化個案進行一商業不動產之估價。由於該估價師對此不動產之經營型態不甚熟悉，因此直接詢問該大樓業主有關營運費用率（operating expense ratio，OER）之水準，該業主直接告知營運費用率約為15%。該估價師復由該大樓之簽證會計師取得經簽證之相關報表資料，所得過去三年之總收益及費用情形如下表所列：

年底	2005	2006	2007
營運總收益（萬元）	3050	2980	2950
營運總費用（萬元）	1225	1190	1175

若你是該估價師，估算正常情形下，投資資金來源中自有資本比例為四成，要求報酬率為8%；其餘為銀行貸款，貸款利率6%，20年內每年等額償還本息。且根據營運趨勢預期未來每年總收益自2008年起將逐年穩定遞減1%，則在以上的資訊且暫不計閒置及欠租損失下：

(一)探討可能採用之營運費用率。

(二)試以上述資料估算該不動產在2008年初之價格（應用財務因子：年金現值利率因子PVIFA(6%,20) = 11.4699）。（97年公產管理高考）

### 【解】

(一)可能採用之營運費用率：

1. 依會計師簽證之相關報表資料，2005年、2006年、2007年之營運費用率分別為40.16%、39.93%、39.83%。
2. 由於會計報表之營運費用包括折舊費用，惟折舊費用屬於帳面折舊（book depreciation），並未造成現金流量之流出，故不應列入營運費用內。此外，會計報表之營運費用包括償債支出，惟估算不動產價格之資本還原率採加權平均資金成本（WACC），已含有負債成本，故償債支出不應再列入營運費用內，以免重複計算。
3. 基於上述分析，估價師不採用會計報表之營運費用率（約40%），而可能採用業主提供之營運費用率（15%）。

(二)估算該不動產在2008年初之價格：

1. 營運總收益：  
 $2,950 \times (1 - 1\%) = 2,920.5$  萬元
2. 營運總費用：  
 $2,920.5 \times 15\% = 438.075$  萬元
3. 營運淨收益：  
 $2,920.5 - 438.075 = 2,482.425$  萬元
4. 資本還原率：  
採加權平均資金成本法（WACC）求取。

## 1-12 不動產投資分析

$$\begin{aligned} & 40\% \times 8\% + 60\% \times MC(6\%, 20) \\ & = 40\% \times 8\% + 60\% \times \frac{1}{11.4699} \\ & = 8.43\% \end{aligned}$$

5. 不動產價格：

$$\frac{2,482.425}{8.43\% + 1\%} = 26,325 \text{ 萬元}$$

因此，該不動產在2008年初之價格為26,325萬元。

某地產大亨擁有市中心一大樓，該土地不限使用種類，可作為飯店、商場或辦公大樓使用，目前為辦公大樓使用，年租金為5,800萬元，營運費用率為10%。但有不動產顧問提供意見，建議大亨改建為旅館或商場使用，若改建為旅館委託經營，可獲得年租金毛收益8,000萬元，營運費用率約30%，重建成本約為4,000萬元，且期初需支付一筆管理簽約金500萬元；若改建為商場使用，每年租金及抽成收入約為1億元，營運費用率約50%，重建成本約為3,000萬元。不論改建為何種形式，拆除大樓之成本為800萬元，試以「最有效使用原則」為該大亨建議最高價值之使用方式（假設所有使用方式之必要報酬率均為5%）。

（96年原住民特考）

### 【解】

(一)仍作辦公大樓使用：

$$\text{不動產價值} = \frac{5,800(1-10\%)}{5\%} = 104,400 \text{ 萬元}$$

(二)改建為旅館委託經營：

$$\text{不動產價值} = \frac{8,000(1-30\%)}{5\%} - (4,000 + 800 + 500) = 106,700 \text{ 萬元}$$

(三)改建為商場使用：

$$\text{不動產價值} = \frac{10,000(1-50\%)}{5\%} - (3,000 + 800) = 96,200 \text{ 萬元}$$

(四)結論：依最有效使用原則建議最高價值之使用方式是改建為旅館委託經營。



若某不動產標的明年淨收益為R，假設期末收取，且未來每年淨收益可持續成長g，則在必要報酬率為k之情況下，試列式推導此不動產標的之基本價值。另若某不動產標的面積為300平方公尺，其營運預期在未來第一、二、三年將分別獲取租金及其他項目收入的淨營運收益（Net Operating Income, NOI）新臺幣50萬元、60萬元及70萬元，假設年底收取，之後淨營運收益預計固定成長2%，直到永遠。又在該區域內類似不動產標的超過30筆，將這些類似不動產進行價格（單位為萬元）及面積（單位為平方公尺）之簡單迴歸分析後，得出迴歸式之截距項為60，面積之係數為3.5，若市場平均之必要報酬率為10%，試估算該不動產之泡沫程度。

（101年不動產估價師高考）

## 【解】

(一) 明年淨收益為R，未來每年淨收益可持續成長g，必要報酬率為k。

$$\begin{aligned} & \frac{R}{1+k} + \frac{R(1+g)}{(1+k)^2} + \frac{R(1+g)^2}{(1+k)^3} + \cdots + \frac{R(1+g)^{n-1}}{(1+k)^n} \\ &= \frac{R}{1+k} \frac{[1 - (\frac{1+g}{1+k})^n]}{1 - \frac{1+g}{1+k}} = \frac{R}{k-g} [1 - (\frac{1+g}{1+k})^n] \end{aligned}$$

當n趨近無窮大，且k > g，則不動產基本價值 =  $\frac{R}{k-g}$ 。

(二) 1. 不動產基本價值：

$$\frac{50}{1+10\%} + \frac{60}{(1+10\%)^2} + \frac{70}{(1+10\%)^3} + \frac{70(1+2\%)}{(10\% - 2\%)(1+10\%)^3} = 818.18 \text{萬元}$$

2. 不動產市價：

$$\text{市價} = 60 + 3.5 \times \text{面積}$$

$$\text{市價} = 60 + 3.5 \times 300 = 1,110 \text{萬元}$$

3. 泡沫價格：

$$\text{不動產市價} - \text{不動產基本價值} = \text{泡沫價格}$$

$$1,110 - 818.18 = 291.82 \text{萬元}$$

因此，該不動產之泡沫程度為291.82萬元。