▣經典試題

範題1

某甲的效用函數為 $U(X,Y)=XY+2X$，令 P_X 與 P_Y 分別代表 X 與 Y 的價格，M 代表所得。

㈠求 X 的需求函數。

㈡假設 $P_X=2$，$P_Y=1$，$M=10$，求 X 的最適消費量。

㈢若政府對 X 課徵從量稅 t，$t=1$，假設 X 稅負由消費者負擔，求 X 的最適消費量。

㈣求以對等變量（equivalent variation）衡量上一小題的福利損失，並說明及比較福利損失與稅負的大小。

㈤課稅對 Y 需求量的影響為何？請說明其替代效果與所得效果。

（95身心障礙特考）

➠提示

㈠需求函數：$X=f(P_X)$，代入均衡消費條件時，以 P_X 作為自變數。

㈡對等變量（EV）之定義：維持「新的效用」下，價格變動前、後之總支出差額。應先求「新效用」在兩不同價格下之消費組合才可算出。

【解析】

㈠$MRS_{XY}=\dfrac{MU_X}{MU_Y}=\dfrac{Y+2}{X}=\dfrac{P_X}{P_Y}$，即 $P_XX=P_YY+2P_Y$ ……①

預算限制式：$M=P_XX+P_YY$ ……②

①②聯立，得 $X=\dfrac{M+2P_Y}{2P_X}$

㈡將 $P_X=2$，$P_Y=1$，$M=10$ 代入題㈠之需求函數，

$$X=\frac{10+2\times1}{2\times2}=\frac{12}{4}=3$$

㈢1元之從量稅由消費者負擔，將使X財漲價1元，即：$P_X=3$

再代入需求函數，得 $X=\dfrac{10+2\times1}{2\times3}=2$

㈣求對等變量，必須求出消費組合點，即Y財數量。因此，利用第㈠題

①②聯立，

$M=2P_YY+2P_Y=2P_Y(Y+1)$，$Y+1=\dfrac{M}{2P_Y}$，即：$Y=\dfrac{M}{2P_Y}-1$

將$M=10$，$P_Y=1$代入，得$Y=\dfrac{10}{2\times 1}-1=4$

對等變量（EV）之定義為：維持新的（稅後）效用水準，價格變動前、後之總支出差額。

$P_X=3$時，$X=2$，$Y=4$，$U=XY+2X=2\times 4+2\times 2=12$

欲維持此一效用，在$P_X=2$時（稅前），其消費組合點由以下求出。

$U=XY+2X=12$ ········③，$MRS_{XY}=\dfrac{P_X}{P_Y}=2$，即$\dfrac{Y+2}{X}=2$，

$2X=Y+2$ ·····················④

③④聯立，得$X=\sqrt{6}$，$Y=2\sqrt{6}-2$

此時消費支出：$M'=2\sqrt{6}+2\sqrt{6}-2=4\sqrt{6}-2$，即$M'=7.8$

對等變量$=10-7.8=2.2$

總稅收$=tX=1\times 2=2$，故對等變量大於稅收。

㈤ 1. 對X財課稅影響P_X改變，但由第㈣題中之Y財需求函數

$Y=\dfrac{M}{2P_Y}-1$，可知P_X改變不影響Y財消費量。

2. 以Hicks分析法，先求原先（稅前）之效用，

$U=XY+2X=3\times 4+2\times 3=18$

為維持原效用，在$P_X=3$時，（稅後）消費組合點須同時滿足以下條件。

$XY+2X=18$ ···⑤

$MRS_{XY}=\dfrac{Y+2}{X}=3$，即$3X=Y+2$ ·······⑥

⑤⑥聯立，解得$X=\sqrt{6}=2.45$。替代效果$=2.45-3=-0.55$

所得效果$=2-2.45=-0.45$

範題 2

請就下題敘述回答對或錯，並詳細說明理由：

李四喜歡喝咖啡（C）和茶（T），他消費咖啡與茶所得到的效用函數為 $U(C,T)=4C+3T$，故李四消費咖啡與茶的邊際替代率（MRS）為 $-\frac{3}{4}$。

（97關務特考）

➠提示

本題配分10分，仍應詳細說明。以X對Y之MRS與Y對X之MRS不同為重點說明。

【解析】

$MRS_{TC}=-\frac{dC}{dT}=\frac{MU_T}{MU_C}=\frac{\partial U/\partial T}{\partial U/\partial C}=\frac{3}{4}$，此乃「茶對咖啡之邊際替代率」絕對值；本題為：$MRS_{CT}=-\frac{dT}{dC}=\frac{MU_C}{MU_T}=\frac{\partial U/\partial C}{\partial U/\partial T}=\frac{4}{3}$，即「咖啡對茶之邊際替代率」為 $-\frac{4}{3}$，故題目敘述有誤。

範題 3

假設某甲的早餐固定是1杯牛奶與2片土司，令X與Y分別代表牛奶與土司，P_X 與 P_Y 分別為X與Y的價格，M代表所得：

㈠寫出某甲的效用函數。

㈡求Y的需求函數。

㈢假設 $P_X=2$，$P_Y=1$，$M=60$，求最適消費組合，並在無異曲線與預算線圖形繪出消費均衡。

㈣若 P_Y 上漲為2，求新的最適消費組合。

㈤Y的價格上漲對效用的影響為何？其替代效果與所得效果各為若干？

（97身心障礙特考）

➠提示

本題為Leontief效用函數，以直角線頂點為均衡條件，應注意消費之結合比例要正確，且 $PE=IE$。

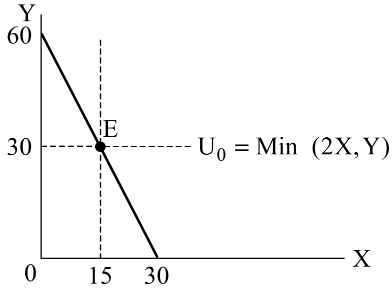
【解析】

㈠ $U=\text{Min}\ (2X,Y)$

㈡ $\begin{cases} 2X = Y \cdots\cdots\cdots ① \\ M = P_X X + P_Y Y \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$

①②聯立，消去X，$M = P_X \cdot \dfrac{Y}{2} + P_Y Y = Y\left(\dfrac{1}{2}P_X + P_Y\right)$

$\therefore Y = \dfrac{M}{\dfrac{1}{2}P_X + P_Y}$，即 $Y = \dfrac{2M}{P_X + 2P_Y}$

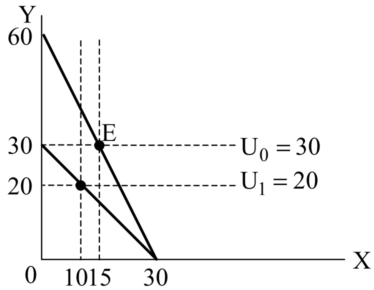


㈢ $\begin{cases} 2X = Y \cdots\cdots\cdots ① \\ 60 = 2X + Y \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$

①②聯立，$60 = 2X + 2X = 4X$，

$X = 15$，$Y = 30$

㈣ $\begin{cases} 2X = Y \cdots\cdots\cdots ① \\ 60 = 2X + 2Y \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$



①②聯立，$60 = 2X + 4X = 6X$

$X = 10$，$Y = 20$

㈤原效用 $U_0 = \text{Min}(2X, Y) = 30$

新效用 $U_1 = \text{Min}(2X, Y) = 20$

X，Y 為完全互補品，替代效果 $= 0$，Y 財之價格效果＝所得效果＝$20 - 30 = -10$

範題 4

某甲有「非勞動所得」M_0，面對完全競爭勞動市場之工資率 W_0。他的效用函數中包括消費（C）與休閒（R）。

㈠請以數學式與無異曲線圖，表示某甲的「消費－休閒」模型及均衡條件。

㈡老闆想要某甲加班，他全面提高工資率或只支付較高的加班工資率，那一種比較可能會讓某甲加班工作？請用前述的無異曲線圖分析並說明理由。

㈢「在制式工時（例如每天工作8小時）下，老闆支付比正常工資率還低的加班工資率，員工也有可能願意加班。」請用無異曲線圖分析這種可能情況。

（97地方政府特考）

➠提示

㈠以數學模型為主（以題目給定符號設定），圖形與文字敘述為輔完成本題作答。

㈡全面提高工資率使預算線斜率變大；支付較高加班費則只有延長工時後之預算線斜率變大，原預算線在正常工時內，其斜率不變。

【解析】

㈠設可支配時間為24小時（1天），物價水準為$P=1$，故名目消費支出$=PC=C$，模型設定如下。

$\text{Max}\ \ U=U(R,C)\qquad \text{s.t.}\ \ C=(24-R)W_0+M_0$

利用Lagrange函數法，

$\text{Max}\ \ L(R,C,\lambda)=U(R,C)+\lambda[(24-R)W_0+M_0-C]$

F.O.C.：$\dfrac{\partial L}{\partial R}=\dfrac{\partial U}{\partial R}-\lambda W_0=MU_R-\lambda W_0=0$，即$\lambda=\dfrac{MU_R}{W_0}$ ……①

$\dfrac{\partial L}{\partial C}=\dfrac{\partial U}{\partial C}-\lambda=MU_C-\lambda=0$，即$\lambda=MU_C$ …………………②

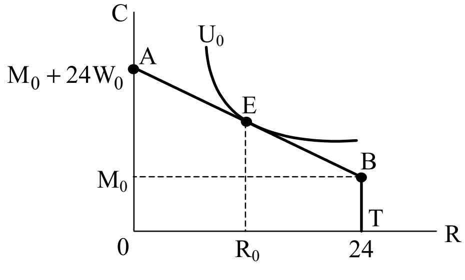
①②合併，得$\lambda=MU_C=\dfrac{MU_R}{W_0}$，即$W_0=\dfrac{MU_R}{MU_C}=MRS_{RC}$ ……③

$\dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=(24-R)W_0+M_0-C=0$，即$C=W_0(24-R)+M_0$ ………④

③④即此一模型之均衡條件。

以右圖表示，預算線之縱軸截距為M_0+24W_0，斜率為$-W_0$，如右圖中之ABT線。

均衡點E點符合$W_0=MRS_{RC}$之條件，即無異曲線U_0與預算線相切，工作時間為$24-R_0$。



㈡*1.*全面提高工資率：預算線斜率變大，成為A′BT，透過替代效果使工時增加（E點至F點），另有所得效果使工時減少。若替代效果大於所