話，則此一成長模型存在恆定狀態（steady-state）。

2. 根據（32-1-7）式，若 $k_t = k_{t+1}$ 存在，則恆定狀態存在。關於這點可以圖32-1說明如下：

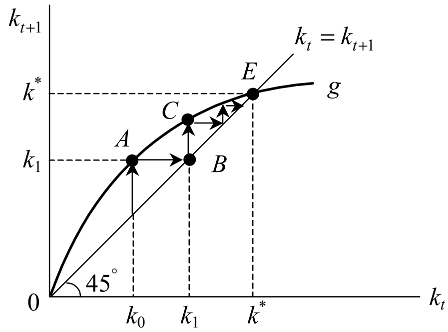

圖32-1　恆定狀態存在性圖解

Step 1：在圖32-1中，設橫軸為 k_t ，縱軸為 k_{t+1} ，則（32-1-7）式隱含 k_{t+1} 與 k_t 兩變數間之關係如下：

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t} = \frac{(1-\delta)}{(1+n)} + \frac{s}{(1+n)} f'(k_t)$$

由於其中 δ 、 n 、 s 皆正常數，因此 k_{t+1} 與 k_t 關係其實取決於 $f'(k)$ 之形狀。

Step 2：再根據前面重點二之㈢有關生產函數之描述與推導，我們已知道 $f'(k) = F_K$ ，且 $F_K > 0$ 、 $F_{KK} < 0$ ，這表示 $f'(k)$ 為正，且 k 愈大， $f'(k)$ 值愈小，如 $\overset{\frown}{og}$ 線所示。

Step 3：在圖32-1中加上 $45°$ 線（線上各點 $k_t = k_{t+1}$ ），則根據 $45°$ 線與 $\overset{\frown}{og}$ 線之交點 E 即可找到恆定狀態下之 k^* 值。

註：嚴格來說，在圖32-1中， $\overset{\frown}{og}$ 線與 $45°$ 線要有交點尚須下列條件（稱作Inada條件）：

$$\lim_{K \to 0} F_K = \infty \text{，} \lim_{K \to \infty} F_K = 0$$

上式表示 k 很小時， $\overset{\frown}{og}$ 線斜率很大， k 很大時， $\overset{\frown}{og}$ 線斜率趨近於0。

㈢恆定狀態安定嗎？是的。因為在圖32-1中，若設 $k = k_0$ ，則根據 $\overset{\frown}{og}$ 線可找到 k_1（ A 點），且知 $k_1 > k_0$ ；接著當 $k = k_1$ 時，可在 $\overset{\frown}{og}$ 線上找

到對應之k_2（C點）；……；k會愈來愈接近k^*。

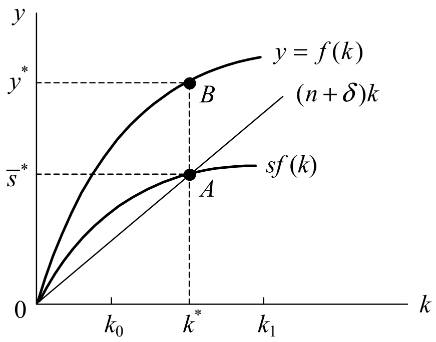

圖32-2　恆定狀態下的k與y

㈣**恆定狀態圖解與經濟含意說明：**接下來我們描繪當k值不再變動後，經濟體系各主要變數之特性。

Step 1：將$k_{t+1}=k_t=k^*$代入（32-1-7）式，則知道k^*應符合下列方程式：

$$s\cdot y=(n+\delta)k^* \qquad (32\text{-}1\text{-}9)$$

或　$s\cdot f(k^*)=(n+\delta)k^*$

Step 2：先在圖32-2中繪出代表$y=f(k)$之曲線（注意$f'>0$，$f''<0$），然後可根據$f(k)$繪出$sf(k^*)$的曲線，最後再加繪代表$(n+\delta)k^*$之直線，則後兩者之交點即可決定恆定狀態下平均每單位勞動搭配的資本量k^*。

Step 3：根據該圖可知，若$k=k^*$，則平均每人所得$y=y^*$，平均每人儲蓄或投資$=\overline{k^*A}$，至於平均每人消費則可以線段$\overline{AB}$表示。這表示當長期均衡達成時，這些變數全爲常數。這也表示**在Solow模型中，若不考慮技術進步，則平均每人所得終將不再成長。**

Step 4：由於$k\equiv\dfrac{K}{L}$，$y\equiv\dfrac{Y}{L}$，平均每人儲蓄量$\bar{s}\equiv\dfrac{S}{L}$，平均每人消費量$c\equiv\dfrac{C}{L}$，因此達到恆定狀態時，各主要變數的成長率皆相

同，且等於人口成長率，即 $\frac{\Delta K}{K}=\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta S}{S}=\frac{\Delta C}{C}=\frac{\Delta L}{L}=n$ 成立。

註：有些書將恆定狀態下各主要變數呈固定比率成長的現象稱為平衡成長途徑（balanced growth path）。

㈤**關於 k 的調整與模型安定性再說明**：在圖32-2中，若設一開始 $k=k_0<k^*$，則此時每期每人新增之資本量（$\frac{sY}{L}=s\cdot y=sf(k)$）將足以彌補每期人口成長（$n$）與折舊（$\delta$）所需資本量而有餘，因此 k 會持續上升至 k^*；相反地，若一開始 $k=k_1>k^*$，則經濟體系中之儲蓄量將不足以支應每期人口與折舊所需徵用之資本量，因此 k 會下降，直到 $k=k^*$ 達成爲止。

四、代數例及其說明

㈠**代數例**：若設 $y=k^{\frac{1}{2}}$（即 $Y=L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$），$L_0=K_0=100$，$k_0=1$，$s=0.3$，$n=0.1$，$\delta=0.1$，則此一經濟體系恆定狀態下之 k^* 值爲何？

解：利用 $sf(k)=(n+\delta)k$ 可知下式成立：

$$0.3k^{\frac{1}{2}}=0.2k\ \Rightarrow k^*=2.25$$

㈡**說明**：

1. 在本例中，當 $k_0=1$時，當年新增投資 $I_0=S_0=30$（$\because Y_0=100$），想像這是30台機器，因此在當年其中有10台需配給新增人口（$\Delta L=10$）以維持 $k=1$，另外10台需抵折舊（也是爲了維持 $k=1$），所以最後只剩下10台機器可用來提高 k 值，這表示下期 k 約等於1.1。

2. 在本例中，當 $k=2.25$ 時，$y=1.5$，若設當時人口爲 $L_n=1{,}000$，則 $y=1{,}500$，$k=2{,}250$，這表示當年新增機器（ΔI）爲450台，其中225台需分給新增人口（以維持 $k=2.25$），另折舊也耗去225台，故每人資本使用量 k 剛好不再變動。

3. 當由 k_0 接近 k^* 的過程中，y 維持上升，這表示這段期間經濟成長