

主題 3.7



題型3-26 數字系統轉換

【重點說明】

我們以“ r ”進制轉換成十進制的方法，說明如下：

$$(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m})_r = (a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \cdots + a_1 r^1 + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + \cdots + a_{-m} r^{-m})_{10} \cdots (1)$$

上面的 a_n 代表的就是每一位的大小值， r 代表目前的進制是多少，如果是十六進制就寫16，如果是二進制就寫2。而 n 表示小數點之前的位數，而 m 表示小數點之後的位數。若 $r = 10$ ，則(1)式的計算過程如下：

$$(a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} a_{-3})_{10} = (10^5 \times a_5 + 10^4 \times a_4 + 10^3 \times a_3 + 10^2 \times a_2 + 10^1 \times a_1 + 10^0 \times a_0 + 10^{-1} \times a_{-1} + 10^{-2} \times a_{-2} + 10^{-3} \times a_{-3})_{10}$$

再舉幾個例子如下：

- $(392)_{10} = (3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0)_{10}$
- $(11010.11)_2 = (1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2})_{10} = (26.75)_{10}$
- $(B65F)_{16} = (11 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + 5 \times 16 + 15)_{10} = (46687)_{10}$



範題

十進制 (52.875) 以二進制值表示為：

- (A)110110.111 (B)101110.111
(C)110100.111 (D)110100.110。

(北大資管)

【解】(C)



範題

Please convert each of the following values:

- (1)(1001)₂ = ()₁₀ (2)(57)₁₀ = ()₈
(3)(AD)₁₆ = ()₁₀ (4)(42)₁₀ = ()₂
(5)(66)₈ = ()₂

(中山資管)

【解】

- (1)9₁₀ (2)71₈
(3)173₁₀ (4)101010₂
(5)111000₂



範題

《進階題》

Assume $(544)_r = (277)_{10}$, determine the radix r .

- (A)r = 5 (B)r = 6
(C)r = 7 (D)r = 8.

【解】(C)



範題

Convert the following decimal and hexadecimal numbers to octal $(12A7F)_{16}$.

(成大資管)

【解】

$$(12A7F)_{16} = (225177)_8$$

全部先換成2進制後，再三個為一組，換算成8進制。



範題

Transform the hexadecimal 「0.35₈」 to the decimal number.

(長庚資管)

【解】

$$3*(1/8) + 5*(1/64) = 0.375 + 0.078125 = 0.43125。$$



題型3-27 r補數與 (r-1) 補數

【重點說明】

1. r補數：

若一無號的數字 N ($N \neq 0$)，基底 (base) 是 r ，整數部分的位數為 n ，則它的 r 補數 (complement) 定義為 $(r^n - N)$ ，且令 $N = 0$ 時， N 的 r 補數為0。

舉例說明如下：

$$(1)(012398)_{10} \text{ 的 } 10\text{'s complement} = 10^6 - 012398 = 987602$$

$$(2)(1101100)_2 \text{ 的 } 2\text{'s complement} = 2^7 - 1101100 = 0010100$$

2. (r-1)補數：

若一無號的數字 N ($N \neq 0$)，基底 (base) 是 r ，整數部分的位數為 n ，則它的 $(r-1)$ 補數為 $(r^n - 1) - N$ ，且令 $N = 0$ 時， N 的 $(r-1)$ 補數為0。

舉例說明如下：

$$(1)(012398)_{10} \text{ 的 } 9\text{'s complement} = (10^6 - 1) - 012398 = 987601$$

$$(2)(1101100)_2 \text{ 的 } 1\text{'s complement} = 2^7 - 1 - 1101100 = 0010011$$

3. 重要性質：

有一個要特別注意的性質為：

r 's 補數 = $(r-1)$'s 補數 + 1 (最後一位)

舉例說明如下：

$(101.11)_2$ 之 2's 補數 = $2^3 - (101.11)_2 = (1000)_2 - (101.11)_2 = (010.01)_2$

$(101.11)_2$ 之 1's 補數 = $(010.00)_2$

所以 $(101.11)_2$ 之 2's 補數 = 1's 補數 + 1 (最後一位)。



範題

《基本題》

Find the 9's complement of the following 8-digit decimal numbers: 12349876; 00980100; 90009951; and 00000000.

【解】

87650123; 99019899; 09990048; 99999999



範題

《基本題》

Find the 10's complement of the following 6-digit decimal numbers: 123900; 090657; 100000; and 000000.

【解】

876100; 909343; 900000; 000000



範題

《基本題》

Find the 1's and 2's complement of the following 8-digit binary numbers: 10101110; 10000001; 10000000; 00000001; and 00000000.

【解】

Number	1's complement	2's complement
10101110	01010001	01010010
10000001	01111110	01111111
10000000	01111111	10000000
00000001	11111110	00000000
00000000	11111111	11111111