

2.5 LRFD壓力桿件分析

◇ LRFD 細長比 λ_c

$$\text{LRFD細長比}\lambda_c = \left(\frac{KL}{r}\right)_{\max} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \dots (2.16)$$

LRFD 規範採用 $\lambda_c = 1.5$ 來判別柱為彈性挫屈或非彈性挫屈，當桿件 $\lambda_c < 1.5$ 時桿件產生非彈性挫屈； $\lambda_c \geq 1.5$ 時桿件產生彈性挫屈。

◇ LRFD 壓力桿件非彈性挫屈強度公式

$$\text{標稱壓應力強度} F_{cr} = (e^{-0.419\lambda_c^2}) F_y = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \dots (2.17)$$

$$\text{強度折減係數} \phi_c = 0.85 \dots (2.18)$$

$$\text{設計壓應力強度} \phi_c F_{cr} = (0.85)(e^{-0.419\lambda_c^2}) F_y = (0.85)(0.658^{\lambda_c^2}) F_y \dots (2.19)$$

◇ LRFD 壓力桿件彈性挫屈強度公式

$$\text{標稱壓應力強度} F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_y \dots (2.20)$$

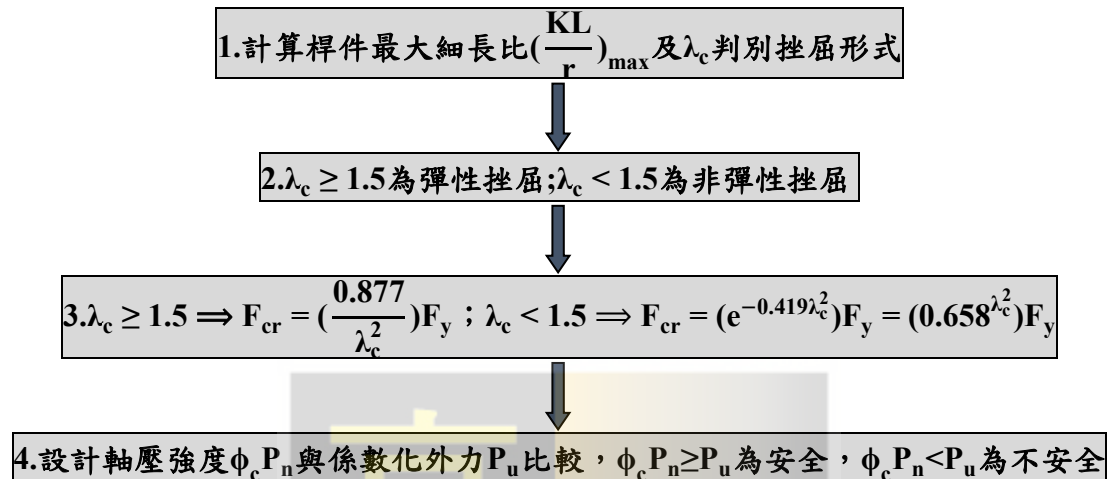
$$\text{強度折減係數} \phi_c = 0.85 \dots (2.21)$$

$$\text{設計壓應力強度} \phi_c F_{cr} = (0.85) \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_y \dots (2.22)$$

◇ LRFD 壓力桿件分析公式綜整

$$\begin{array}{ccc} 0 & \xrightarrow{\text{非彈性挫屈}} & 1.5 \quad \xrightarrow{\text{彈性挫屈}} \lambda_c \\ \phi_c F_{cr} = 0.85(e^{-0.419\lambda_c^2}) F_y = 0.85(0.658^{\lambda_c^2}) F_y & & \phi_c F_{cr} = 0.85\left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_y \end{array}$$

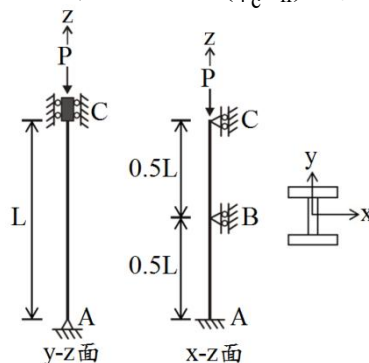
◇ LRFD 壓力桿件分析流程圖



例題2.5.7 (108年國營事業)

★★☆☆☆

有一受軸壓力鋼柱，已知鋼柱總長度12 m，柱底A點處及柱頂C點處邊界條件如圖所示，柱中B點處x-z面有一鉸接側向支撐，材料斷面性質及相關尺寸： $E = 2040$ tf/cm²， $F_y = 3.5$ tf/cm²， $A_g = 116$ cm²， $d = 35.3$ cm， $t_w = 0.952$ cm， $b_f = 25.4$ cm， $t_f = 1.64$ cm， $I_x = 26700$ cm⁴， $I_y = 4480$ cm⁴， $r_x = 15.171$ cm， $r_y = 6.215$ cm，試以極限設計法(LRFD)計算該柱設計壓力強度($\phi_c P_n$)為多少tf？(計算至小數點後第3位，以下四捨五入)(15分)



Ans:

1. 求桿件最大細長比 $(\frac{KL}{r})_{\max}$ 和 λ_c

$$\text{強軸桿件細長比} \left(\frac{KL}{r} \right)_x = \frac{(0.8)(1200)}{15.171} = 63.279$$

$$\text{弱軸AB段桿件細長比} \left(\frac{KL}{r} \right)_{y,AB} = \frac{(0.8)(0.5 \times 1200)}{6.215} = 77.233$$

$$\text{弱軸BC段桿件細長比} \left(\frac{KL}{r} \right)_{y,BC} = \frac{(1.0)(0.5 \times 1200)}{6.215} = 96.541 = \left(\frac{KL}{r} \right)_{\max}$$

$$\text{細長比} \lambda_c = \left(\frac{KL}{r} \right)_{\max} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{96.541}{\pi} \sqrt{\frac{3.5}{2040}} = 1.273$$

因為 $\lambda_c < 1.5$ ，故LRFD中為**非彈性挫屈**！

2. 求設計壓力強度 $\phi_c P_n$

$$\text{非彈性挫屈標稱應力強度 } F_{cr} = (e^{-0.419\lambda_c^2}) F_y = (e^{-0.419(1.273)^2})(3.5) = 1.775 \text{ tf/cm}^2$$

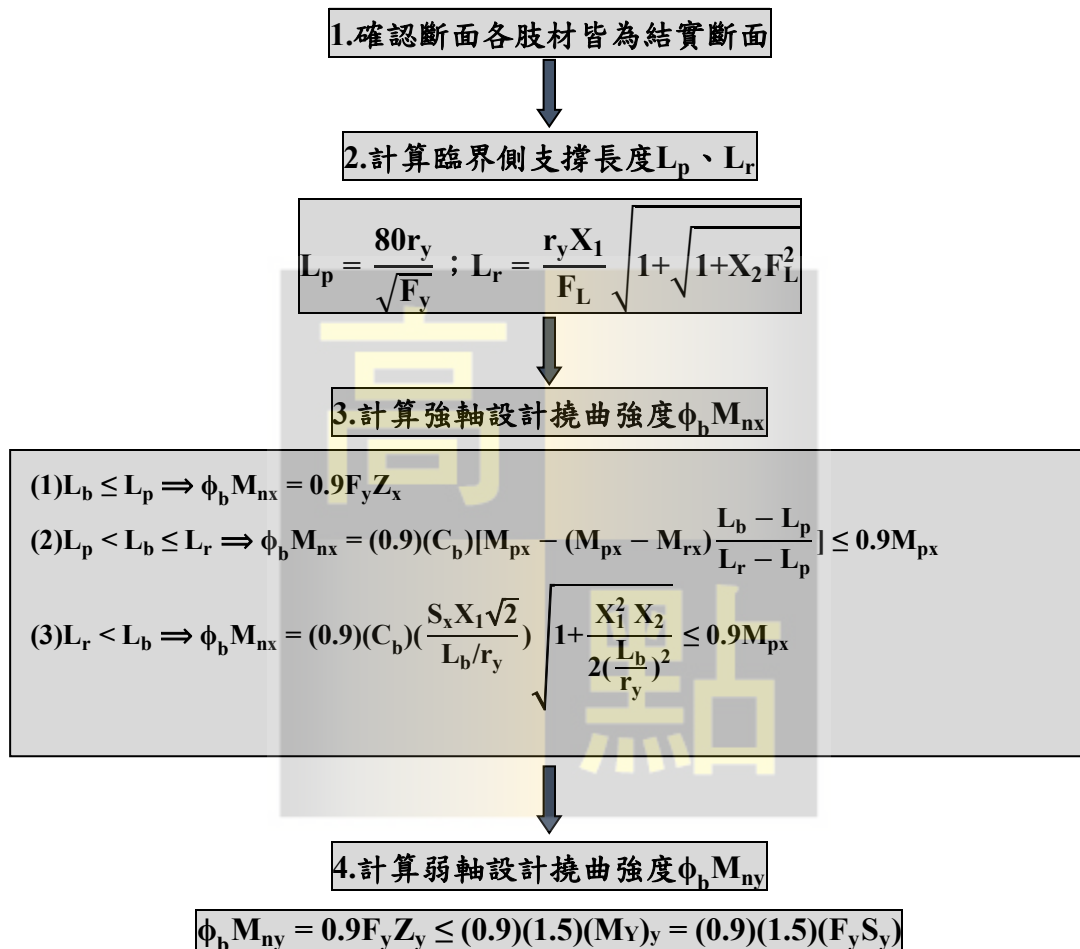
$$\text{設計壓力強度 } \phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g = (0.85)(1.775)(116) = \underline{175.015 \text{ tf}}$$

溫馨提醒

1. 萬年考古題惹，程老師上課必教此類命中率超高考題！
2. 國營事業起薪雖低，但年資超過五年就比高考三級還高了，有興趣投身朋友不妨試試。

3.5 LRFD結實斷面梁彎矩強度分析

◇ LRFD 結實斷面梁彎矩強度分析流程圖



例題 3.5.1 (113 年國營事業)

★★☆☆☆

有一跨距 7.5 公尺受垂直向下均佈載重之 H 型鋼簡支梁，鋼梁為熱軋 H 型鋼 H600×200×11×17，鋼材降伏應力 $F_y = 3.5 \text{ tf/cm}^2$ ， $F_r = 0.7 \text{ tf/cm}^2$ ，請以極限設計法分析下列問題(計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入)：

(註：H600×200×11×17： $A = 132 \text{ cm}^2$ ， $I_x = 75,600 \text{ cm}^4$ ， $I_y = 2,270 \text{ cm}^4$ ， $r_x = 24 \text{ cm}$ ， $r_y = 4.15 \text{ cm}$ ， $r_T = 5.02 \text{ cm}$ ， $S_x = 2,520 \text{ cm}^3$ ， $S_y = 227 \text{ cm}^3$ ， $Z_x = 2,900 \text{ cm}^3$ ， $Z_y = 358 \text{ cm}^3$ ， $X_1 = 130 \text{ tf/cm}^2$ ， $X_2 = 3.46 \text{ cm}^4/\text{tf}^2$ ， $C_b = 1.75$)

(一)若簡支梁全段均有側向支撐，試求此鋼梁之設計撓曲強度為何？(單位：tf-m)

(二)若簡支梁兩端有側向支撐，不計該構件自重，試求該梁能承受之最大均佈載重為何？(單位：kgf/cm)

Ans:

(一)當全段均有側向支撐，試求鋼梁之設計撓曲強度

$$\text{強軸設計撓曲強度 } \phi_b M_{nx} = \phi_b M_{px} = \phi_b F_y Z_x = (0.9)(3.5)(2900) = 9135 \text{ tf-cm}$$

$$\Rightarrow \phi_b M_{nx} = \underline{91.35 \text{ tf-m}}$$

(二)當簡支梁兩端有側向支撐，試求鋼梁能承受之最大均佈載重

1. 確認斷面各肢材皆為結實斷面

假設此 H 型鋼為**結實斷面**故不需檢核其寬厚比。

2. 計算臨界側支撐長度 L_p 及 L_r 判斷破壞模式

$$L_p = \frac{80r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{(80)(4.15)}{\sqrt{3.5}} = 177.461 \text{ cm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} = \frac{(4.15)(130)}{(3.5 - 0.7)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (3.46)(3.5 - 0.7)^2}} = 483.751 \text{ cm}$$

簡支梁僅在兩端有側向支撐故未支撐長度 $L_b = 750 \text{ cm}$ ， $L_r <$

$L_b = 750 \text{ cm} \Rightarrow$ 故為**彈性 LTB**。

3. 計算強軸設計撓曲強度 $\phi_b M_{nx}$

$$\text{強軸設計撓曲強度 } \phi_b M_{nx} = (0.9)(C_b) \frac{S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b/r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(\frac{L_b}{r_y})^2}} \leq 0.9 M_{px}$$

$$\Rightarrow (0.9)(1.75) \frac{(2520)(130)(\sqrt{2})}{(750/4.15)} \sqrt{1 + \frac{(130)^2(3.46)}{2(\frac{750}{4.15})^2}} = 5558.41 \text{ tf-cm} < 0.9 M_{px}$$

4. 反求最大均佈載重

$$\text{均佈載重下簡支梁最大彎矩 } M_{\max} = \frac{w_u L^2}{8} = \frac{(w_u)(750)^2}{8} \text{ tf-cm}$$

$$\text{由 } M_{\max} \leq \phi_b M_{nx} \Rightarrow \frac{(w_u)(750)^2}{8} \leq 5558.41 \Rightarrow \text{最大值 } w_{u,\max} = 0.0791 \text{ tf/cm}$$

$$\Rightarrow w_{u,\max} = \underline{79.1 \text{ kgf/cm}}$$

溫馨提醒

1. 這題讀者可以去看當年試卷，沒有給 L_p 、 L_r 、 $\phi_b M_{nx}$ 等相關公式，一般來說也不會特別去記這些公式，會導致在考場上無法寫出正確過程(除非有背公式)。
2. 題目有指定單位就要照單位去寫答案，不然可能會整題被扣光。

5.4 ASD拉力桿件分析

◇ 拉力桿件強度極限狀態有三種，分別為全斷面積降伏、有效淨斷面積撕裂及塊狀剪力，以下介紹各種極限狀態算法：

1. 全斷面積降伏(Yielding of the Gross Section)

$$\text{容許強度} = \frac{\text{標稱強度}}{\text{安全係數}} \Rightarrow T_a = \frac{T_n}{F.S.} = \frac{F_y A_g}{1.67} = 0.6 F_y A_g \dots (5.17)$$

2. 有效淨斷面積撕裂(Fracture of the Effective Net Section)

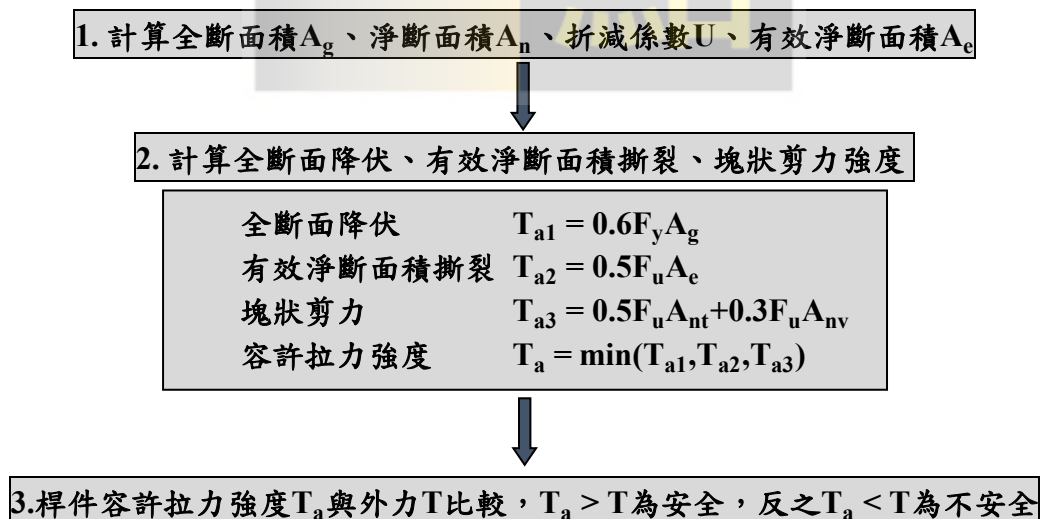
$$\text{容許強度} = \frac{\text{標稱強度}}{\text{安全係數}} \Rightarrow T_a = \frac{T_n}{F.S.} = \frac{F_u A_e}{2.0} = 0.5 F_u A_e \dots (5.18)$$

3. 塊狀剪力(Block Shear)

$$T_a = 0.5 F_u A_{nt} + 0.3 F_u A_{nv} \dots (5.19)$$

全斷面降伏、有效淨斷面積撕裂及塊狀剪力三種破壞模式取**最小值**作為拉力桿件容許強度。

◇ ASD 拉力桿件分析流程圖



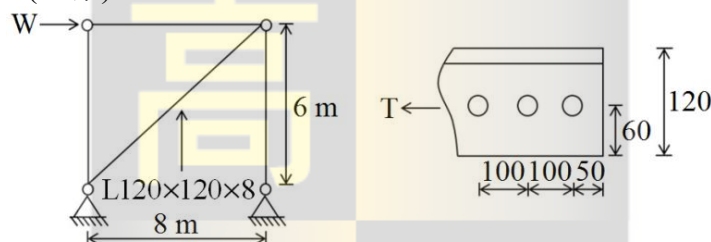
例題5.4.3 (102年國營事業)

★★★★☆☆

有一平面結構承受水平風力，假設各節點為鉸接，其斜撐桿件係由單角鋼所組成，單角鋼尺寸為 $L120 \times 120 \times 8$ (mm)、 $A_g = 18.76 \text{ cm}^2$ ，使用鋼材為A36($F_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ； $F_u = 4200 \text{ kgf/cm}^2$)，單角鋼端點螺栓孔直徑為23 mm。假設單角鋼之端點連接板與高拉力螺栓有足夠強度，試根據容許應力設計法(ASD)回答下列問題：

(一)試求該斜撐桿件所能承擔之最大容許拉力(T)。(10分)

(二)試求該平面結構所能承擔之最大水平風力(W)，假設該平面結構之設計係由斜撐桿件所控制。(10分)



附註：根據容許應力設計法(ASD)

有效斷面積 $A_e = UA_n$ ，其中U為折減係數， A_n 為淨斷面積，本題假設 $U = 0.85$ 。

塊狀剪力(Block Shear)作用於剪力面上之容許剪應力 $F_v = 0.3F_u$ 。

Ans:

(一)求斜撐桿件所能承擔之最大容許拉力T

扣孔直徑 $d = \text{螺孔直徑 } d_h + 1.5 \text{ mm} = 23 + 1.5 = 24.5 \text{ mm} = 2.45 \text{ cm}$

1. 角鋼容許拉力強度計算

(1)全斷面降伏

角鋼全斷面積 $A_g = 18.76 \text{ cm}^2$

全斷面降伏 $T_{a1} = 0.6F_y A_g = (0.6)(4.2)(18.76) = 47.275 \text{ tf}$

(2)有效淨斷面積撕裂

淨斷面積 $A_n = A_g - \sum dt = (18.76) - (1)(2.45 \times 0.8) = 16.8 \text{ cm}^2$

有效淨斷面積 $A_e = UA_n = (0.85)(16.8) = 14.28 \text{ cm}^2$

有效淨斷面積撕裂 $T_{a2} = 0.5F_u A_e = (0.5)(4.2)(14.28) = 29.988 \text{ tf}$

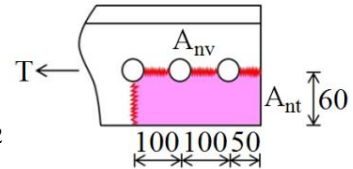
(3)塊狀剪力

拉力淨斷面積 $A_{nt} = (6 \times 0.8) - (0.5)(2.45 \times 0.8) = 3.82 \text{ cm}^2$

剪力淨斷面積 $A_{nv} = (25 \times 0.8) - (2.5)(2.45 \times 0.8) = 15.1 \text{ cm}^2$

塊狀剪力 $T_{a3} = 0.5F_u A_{nt} + 0.3F_u A_{nv} = (0.5)(4.2)(3.82) + (0.3)(4.2)(15.1) = 27.048 \text{ tf}$

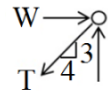
故斜撐桿件所能承擔之最大容許拉力 $T = \min(T_{a1}, T_{a2}, T_{a3}) = \underline{27.048 \text{ tf}}$



(二)求結構所能承擔最大水平風力 W

由力平衡可求得斜撐(單角鋼)之水平分力為 $\frac{4}{5}T$ ，由最大水平風力 W 需小於斜撐水平分力：

$$\Rightarrow W \leq \frac{4}{5}T \Rightarrow \text{最大水平風力 } W_{\max} = \left(\frac{4}{5}\right)(27.048) = \underline{21.638 \text{ tf}}$$



溫馨提醒

1. 題目給的是螺栓「孔」直徑 23 mm，不是螺栓直徑喔！題目要仔細看、作答要細心，不可粗心大意錯在這種地方。
2. 扣孔直徑 $d = \text{螺栓孔直徑 } d_h + 1.5\text{mm} = \text{螺栓直徑 } d_b + 3\text{mm}$ 。
3. 若依 ASD 規範載重組合，其載重組合為 $D + 0.75(L \pm 1.25W)$ ，本題無靜載重 D 及活載重 L ，僅剩風力 W ，此時載重可寫為 $(0.75)(1.25W) = 0.9375W$ 。此時

$$0.9375W \leq \frac{4}{5}T \Rightarrow W_{\max} = \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{27.048}{0.9375}\right) = \underline{23.081 \text{ tf}}$$

，因此推論命題委員**不考慮載重組合**之效應。