$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \qquad (7\text{-}2.1)$$

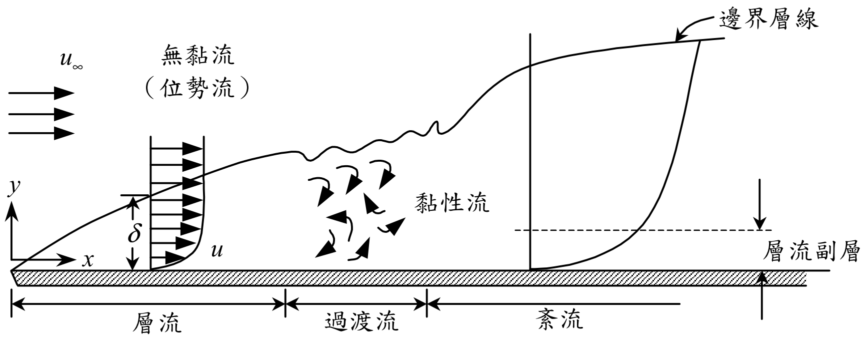
其中 μ 爲流體之黏滯性（Viscosity）； $\frac{\partial u}{\partial y}$ 爲剪應變率。

通常流體的黏滯效應僅存在於一薄層中，此薄層稱爲邊界層，它會緊貼著邊界。流體因滿足無滑移條件，故在邊界上的流速爲零，這就是因爲流體的黏滯性所導致的。

在黏性流中，吾人也可把問題分類爲外部流問題與內部流問題，分別討論如下：

1. 外部流

考慮流體流經一平板，其流動行爲如下：



$y = \delta$（邊界層厚度）　when $u = 0.99u_\infty$

要判定流動屬於層流、過渡流或紊流，乃是由一無因次參數－雷諾數 Re 來決定，Re 之定義爲

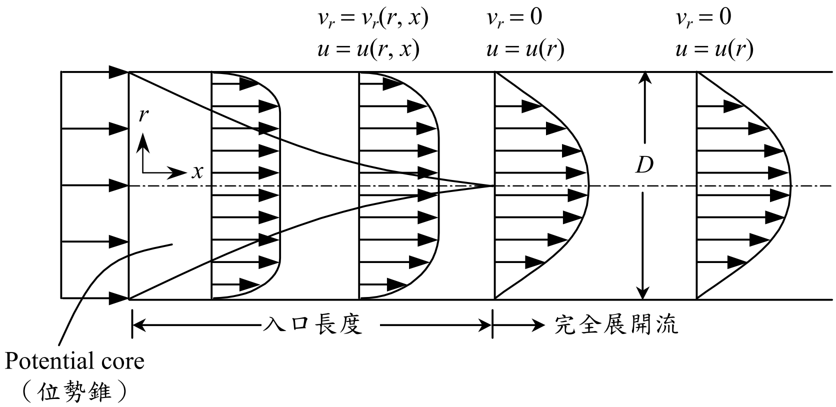
$$\mathrm{Re} \equiv \frac{\rho u_\infty x}{\mu} \qquad (7\text{-}2.2)$$

其中 ρ 爲流體密度，u_∞ 爲自由流的速度， μ 爲流體的動力黏滯係數， x 爲距前端的距離。

一般來說，**當 $Re > 5 \times 10^5$ 時，平板流的流動狀態將進入紊流流動。**而其中層流與紊流之流動狀態差異，主要在於層流狀態的流體在流動中，與周遭的流體並沒有明顯的混合；而紊流狀態的流體在流動中會有不規則的速度微小變動，故流體混合的效果很明顯。

2. 內部流

考慮管流，其流動行為如下：



一般說來，$Re \equiv \dfrac{\rho VD}{\mu} < 2100$ 時，其流動為層流；而 $Re > 4000$ 時，則流動為紊流。

7-3 邊界層簡介

1. 速度邊界層

流體在邊界處由於黏滯性的因素，而產生了一層不同於遠端處（自由流）的流動。在此層內，黏滯性主導了速度分布。而此層的厚度，則利用下式來判定：

$$y = \delta \qquad \text{when } u = 0.99u_\infty \qquad (7\text{-}3.1)$$

其中 δ 為邊界層厚度，而 u_∞ 為自由流流速。

2. 溫度邊界層

流體在靠近邊界處，因為壁面有熱傳遞的效果，使得在邊界附近的流體存在一個溫度縱向梯度$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)$，利用速度邊界層的觀念，吾人亦可定義出一溫度邊界層，在此層內，溫度分布被壁面熱傳效果所影響。吾人將定義一溫度差變數 θ 為

$$\theta = T - T_S \text{，且} \quad \theta_\infty = T_\infty - T_S$$

其中 T_S 為壁溫，T_∞ 為自由流流體溫度。

而溫度邊界層的厚度，則利用下式來判定：

$$y = \delta_t \qquad \text{when} \quad \theta = 0.99\theta_\infty \tag{7-3.2}$$

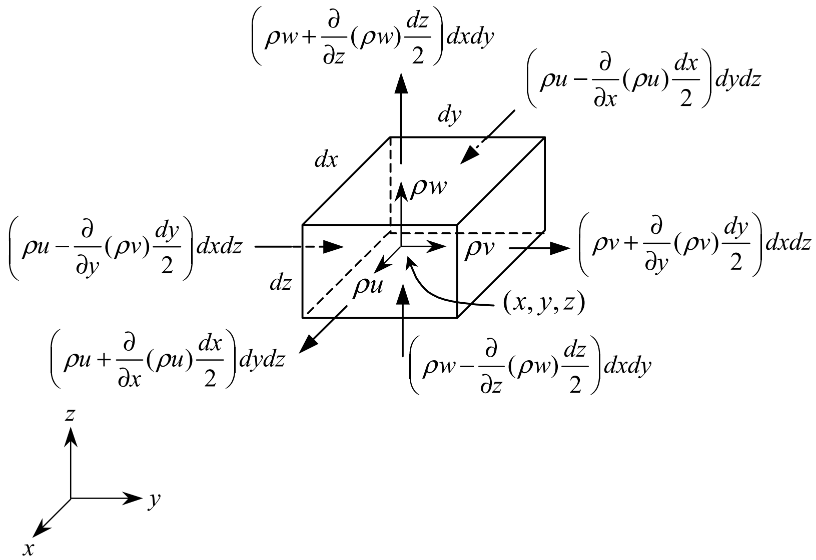
其中 δ_t 為溫度邊界層厚度。

觀察（7-3.1）與（7-3.2）可知，其型式完全相同。在速度邊界層外，速度不受黏滯性影響，為自由流速度 u_∞；而在溫度邊界層外，溫度不被壁面熱傳影響，為自由流流體溫度 T_∞。比較有意思的是 δ 與 δ_t 之厚度的比較，這在下一章會有仔細的探討。

（續接次頁）

7-4 流場的統御方程式

1. 連續方程式



質量守恆方程式亦稱為連續方程式（continuity equation; C-E）。以直角座標並考慮如上圖之微小 $C.\forall$ 爲系統，則 $C.\forall$ 內流體質量隨時間變化率等於流體淨流進率，即

$$\dot{m}_{in}-\dot{m}_{out}=\frac{\partial}{\partial t}(m_{C.\forall})$$

或

$$\left[\rho u-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)\frac{dx}{2}\right]dydz+\left[\rho v-\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)\frac{dy}{2}\right]dxdz$$

$$+\left[\rho w-\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)\frac{dz}{2}\right]dxdy-\left[\rho u+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)\frac{dx}{2}\right]dydz$$

$$-\left[\rho v+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)\frac{dy}{2}\right]dxdz-\left[\rho w+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)\frac{dz}{2}\right]dxdy$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}(\rho dxdydz) \qquad (7\text{-}4.1)$$

將（7-4.1）整理後同除以 $dxdydz$ 得

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=-\frac{\partial}{\partial t}(\rho) \qquad (7\text{-}4.2)$$

上式亦可寫成向量型式，即

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\vec{V})=0} \qquad (7\text{-}4.3a)$$

或

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt}+\rho(\nabla\cdot\vec{V})=0} \qquad (7\text{-}4.3b)$$

其中 $\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}$ 。

（7-4.3a）及（7-4.3b）稱為連續方程式之微分型式。其各項物理意義如下：

$\dfrac{\partial \rho}{\partial t}$ = 單位體積之質量隨時間之變化率

$\nabla\cdot(\rho\vec{V})$ = 單位體積之質量淨流出率

若流場為不可壓縮流，即 $\dfrac{D\rho}{Dt}=0$ ，則連續方程式可簡化為

$$\nabla\cdot\vec{V}=0 \qquad (7\text{-}4.4)$$

故只要滿足（7-4.4）即稱為不可壓縮流。