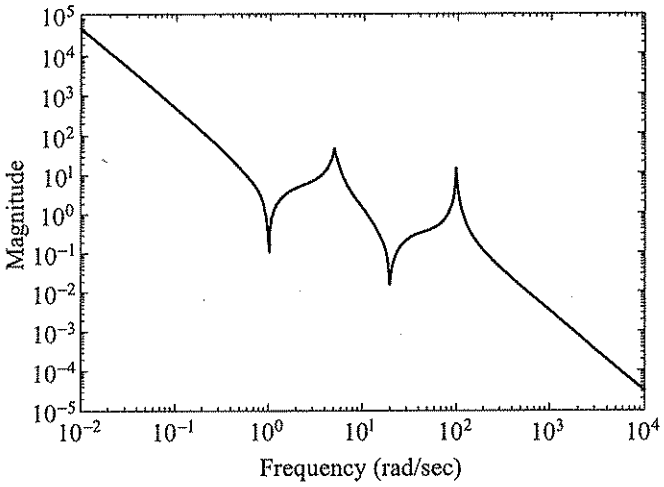
範題 16

Consider the Bode magnitude plot of a plant $G(s)$ shown in Figure 1, where no poles or zeros are located in the RHP. Please determine the transfer function $G(s)$ if $|G(j0.01)|=50000$, $|G(j1)|=0.1040$, $|G(j5)|=45.1160$, $|G(j20)|=0.0140$, and $|G(j100)|=15.0360$.



（成大電機）

【解析】

(1)低頻漸進線斜率為–40dB/dec ⇒ 存在 s^{-2} 因式。

(2)高頻漸進線斜率為–40dB/dec ⇒ 分母比分子高2次。

(3)轉角頻率 $\omega=1$ 處斜率增加40dB/dec且出現波谷

$$\Rightarrow \text{存在}\left(1+\frac{2\zeta_{z1}s}{1}+\frac{s^2}{1^2}\right)$$

轉角頻率 $\omega=5$ 處斜率減少40dB/dec且出現波峰

$$\Rightarrow \text{存在}\left(1+\frac{2\zeta_{p1}s}{5}+\frac{s^2}{5^2}\right)^{-1}$$

轉角頻率 $\omega=20$ 處斜率增加40dB/dec且出現波谷

$$\Rightarrow \text{存在}\left(1+\frac{2\zeta_{z2}s}{20}+\frac{s^2}{20^2}\right)$$

轉角頻率 $\omega=100$ 處斜率減少40dB/dec且出現波峰

$\Rightarrow$ 存在 $\left(1+\dfrac{2\zeta_{p2}s}{100}+\dfrac{s^2}{100^2}\right)^{-1}$

(4)由以上幅量曲線之資料可知轉移函數 $G(s)$ 可能具以下型式

$$G(s)=\frac{K\left(1+\dfrac{2\zeta_{z1}s}{1}+\dfrac{s^2}{1^2}\right)\left(1+\dfrac{2\zeta_{z2}s}{20}+\dfrac{s^2}{20^2}\right)}{s^2\left(1+\dfrac{2\zeta_{p1}s}{5}+\dfrac{s^2}{5^2}\right)\left(1+\dfrac{2\zeta_{p2}s}{100}+\dfrac{s^2}{100^2}\right)}$$

(5)選擇 $\omega=0.01$ rad/sec處幅量為50000來計算波德增益 K

$$G(j\omega)\cong\frac{K}{(j\omega)^2}$$

$$\Rightarrow\left|G(j0.01)\right|\cong\frac{K}{0.01^2}=50000$$

$$\Rightarrow K=5$$

(6)選擇轉角頻率 $\omega=1$ rad/sec處之波谷深度約為32dB來計算 ζ_{z1}

$$20\log 2\zeta_{z1}=-32\Rightarrow\zeta_{z1}=0.012$$

選擇轉角頻率 $\omega=5$ rad/sec處之波峰高度約為19dB來計算 ζ_{p1}

$$20\log 2\zeta_{p1}=-19\Rightarrow\zeta_{p1}=0.056$$

選擇轉角頻率 $\omega=20$ rad/sec處之波谷深度約為28dB來計算 ζ_{z2}

$$20\log 2\zeta_{z2}=-28\Rightarrow\zeta_{z2}=0.02$$

選擇轉角頻率 $\omega=100$ rad/sec處之波峰高度約為30dB來計算 ζ_{p2}

$$20\log 2\zeta_{p2}=-30\Rightarrow\zeta_{p2}=0.016$$

所以轉移函數 $G(s)$ 為

$$G(s)=\frac{5\left(1+\dfrac{0.024s}{1}+\dfrac{s^2}{1^2}\right)\left(1+\dfrac{0.04s}{20}+\dfrac{s^2}{20^2}\right)}{s^2\left(1+\dfrac{0.112s}{5}+\dfrac{s^2}{5^2}\right)\left(1+\dfrac{0.032s}{100}+\dfrac{s^2}{100^2}\right)}$$