
 **陳立開講，觀念突破** 

1. 函數之定義：

- (1) A 、 B 為二非空集合， A 中的任一元素 x ，均可透過 f 的關係式，在 B 中找到與之對應之唯一確定元素 y ，則稱此種對應關係 f 為由 A 映至 B 的函數。其中 A 為『定義域』(domain)，其內任一元素 x 為『自變數』；而 B 為『值域』(range)，其內任一元素 y 為『因變數』。記為 $f: A \rightarrow B$ 。
- (2) 函數是由許多數 (x, y) 的對應集合，在這個集合當中不會有兩個相同的 y 對應具有相同的 x ；即對於每一個自變數 x ，肯定有唯一的因變數 y 。
- (3) 函數的圖形判別：
- ① 函數的圖形與任意垂直線至多只有一個交點。
 - ② 函數的圖形不可能對稱於 x 軸。
 - ③ 函數的圖形，不可能上下對稱。

2. 反函數之定義：

- (1) f 若是一對一的映成函數，則可以用 f^{-1} 的符號，來代表其反函數。
- (2) 反函數由許多數 (x, y) 的對應集合，在這個集合當中沒有兩個相同的對應具有相同的 x 或相同的 y ；即 x 與 y 必為一對一映成。

(3) 反函數圖形的判別：

- ①具有反函數的函數圖形，與任意垂直線或水平線至多有一個交點。
- ②具有反函數的函數圖形，不可能對稱於 x 軸或 y 軸。
- ③具有反函數的函數圖形，不可能上下對稱或左右對稱。
- ④具有反函數的函數圖形，必為連續之嚴格遞增或連續之嚴格遞減。

(4) $f^{-1}(x)$ 的定義域是 $f(x)$ 的值域；而 $f^{-1}(x)$ 的值域是 $f(x)$ 的定義域。

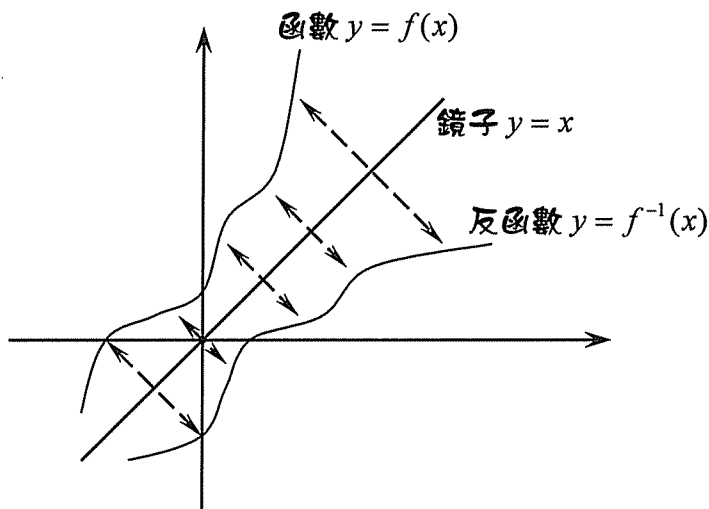
3. 反函數圖形之畫法：

步驟一：確認該函數具有反函數

步驟二：作 $y=x$ 之直線(如下圖)，當作對稱線

步驟三：以 $y=x$ 當作鏡子，畫出函數 $y=f(x)$ 對稱於 $y=x$ 之圖形，

即為反函數 $y=f^{-1}(x)$ 之圖形，如下圖。



4. 『三角反函數』之圖形、定義域、微分公式：

圖形		定義域、微分公式
$y = \sin x$ 	$y = \sin^{-1} x$ 	(1) 定義域： $D = \{ x \mid -1 \leq x \leq 1 \}$ (2) 微分公式： $\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (3) 可微區域： $x \in \{ x \mid -1 < x < 1 \}$
$y = \cos x$ 	$y = \cos^{-1} x$ 	(1) 定義域： $D = \{ x \mid -1 \leq x \leq 1 \}$ (2) 微分公式： $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ (3) 可微區域： $x \in \{ x \mid -1 < x < 1 \}$
$y = \tan x$ 	$y = \tan^{-1} x$ 	(1) 定義域： $\forall x \in R$ (2) 微分公式： $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$ (3) 可微區域： $\forall x \in R$