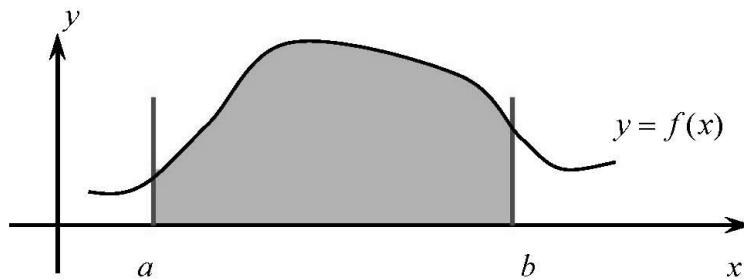


1. 根據黎曼和(Reimann Sum)對面積的定義：

(1) 若函數 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上連續，若 $f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

則曲線 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 區間上，與 x 軸所夾之面積

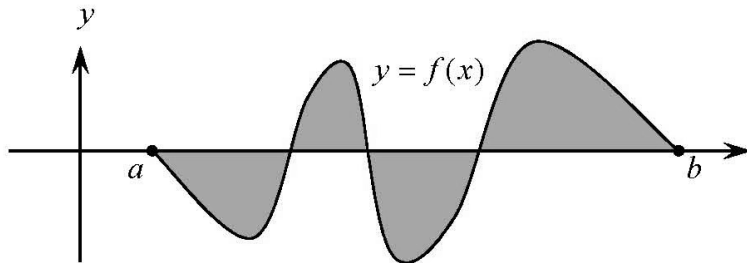
為 $A = \int_a^b f(x) dx$ 。



(2) 若函數 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上連續，則曲線 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 區間上，

與 x 軸所夾之面積為 $A = \int_a^b |f(x)| dx$ 。

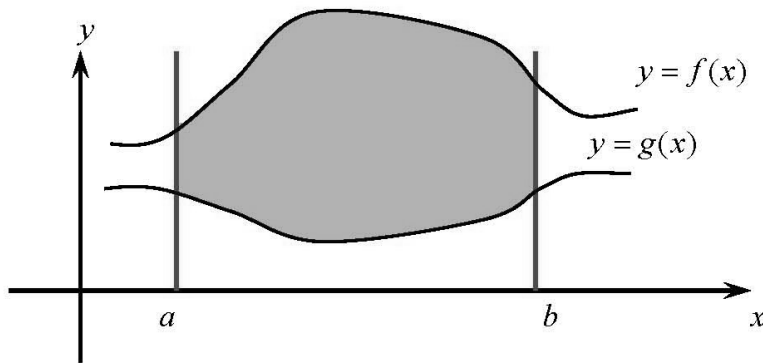
33-2 微積分經典題型



2.(1) 若函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上連續，若 $f(x) \geq g(x)$, $\forall x \in [a, b]$

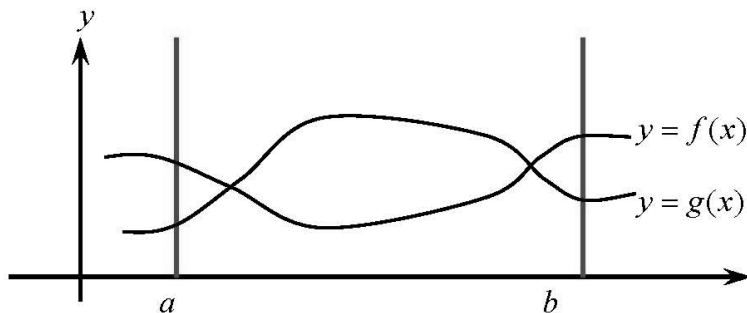
則在 $[a, b]$ 區間上，兩條曲線 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 在所夾之面積

為 $A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ 。



(2) 若函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上連續，則在 $[a, b]$ 區間上，兩條曲線

$y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 在所夾之面積為 $A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ 。



3. 『參數座標』之面積：

若 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ 為座標平面上之一段曲線，則此函數

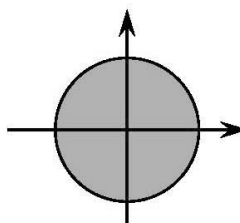
在 $x = a$ 到 $x = b$ 之間，與 x 軸所夾之面積為

$$A = \int_a^b |y(x)| dx = \left| \int_{t(a)}^{t(b)} y(t) \frac{dx}{dt} dt \right|$$

4. 特殊曲線之參數坐標：

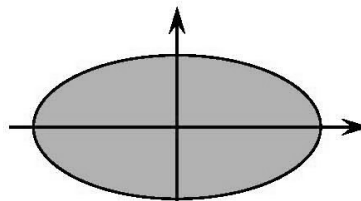
(1) 圓： $x^2 + y^2 = a^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$$



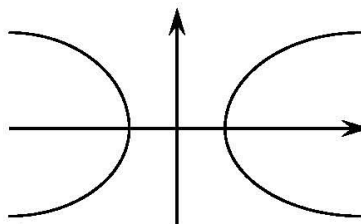
(2) 橢圓： $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$



(3) 雙曲線： $x^2 - y^2 = a^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = a \cosh t \\ y = a \sinh t \end{cases}$$



(4) 擺線(cycloid)： $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (a > 0)$

